

Penulis:

Yonas Prima Arga Rumbyarso, S.T., M.T., M.M.



BUKU AJAR

STRUKTUR BETON PRESTRESS

Editor:

Gali Pribadi, S.T., M.T.



BUKU AJAR

STRUKTUR BETON PRESTRESS

Penulis:

Yonas Prima Arga Rumbyarso, S.T., M.T., M.M.



BUKU AJAR
STRUKTUR BETON *PRESTRESS*

Penulis:

Yonas Prima Arga Rumbyarso, S.T., M.T., M.M.

Desain Cover:

Septian Maulana

Sumber Ilustrasi:

www.freepik.com

Tata Letak:

Handarini Rohana

Editor:

Gali Pribadi, S.T., M.T.

ISBN:

978-623-500-102-9

Cetakan Pertama:

April, 2024

Hak Cipta Dilindungi Oleh Undang-Undang

by Penerbit Widina Media Utama

Dilarang keras menerjemahkan, memfotokopi, atau memperbanyak sebagian atau seluruh isi buku ini tanpa izin tertulis dari Penerbit.

PENERBIT:

WIDINA MEDIA UTAMA

Komplek Puri Melia Asri Blok C3 No. 17 Desa Bojong Emas
Kec. Solokan Jeruk Kabupaten Bandung, Provinsi Jawa Barat

Anggota IKAPI No. 360/JBA/2020

Website: www.penerbitwidina.com

Instagram: [@penerbitwidina](https://www.instagram.com/penerbitwidina)

Telepon (022) 87355370

PRAKATA

Rasa syukur yang teramat dalam dan tiada kata lain yang patut kami ucapkan selain mengucapkan rasa syukur. Karena berkat rahmat dan karunia Tuhan Yang Maha Esa, buku yang berjudul “Buku Ajar Struktur Beton *Prestress*” telah selesai di susun dan berhasil diterbitkan, semoga buku ini dapat memberikan sumbangsih keilmuan dan penambah wawasan bagi siapa saja yang memiliki minat terhadap pembahasan tentang Buku Ajar Struktur Beton *Prestress*.

Akan tetapi pada akhirnya kami mengakui bahwa tulisan ini terdapat beberapa kekurangan dan jauh dari kata sempurna, sebagaimana pepatah menyebutkan “*tiada gading yang tidak retak*” dan sejatinya kesempurnaan hanyalah milik Tuhan semata. Maka dari itu, kami dengan senang hati secara terbuka untuk menerima berbagai kritik dan saran dari para pembaca sekalian, hal tersebut tentu sangat diperlukan sebagai bagian dari upaya kami untuk terus melakukan perbaikan dan penyempurnaan karya selanjutnya di masa yang akan datang.

Terakhir, ucapan terima kasih kami sampaikan kepada seluruh pihak yang telah mendukung dan turut andil dalam seluruh rangkaian proses penyusunan dan penerbitan buku ini, sehingga buku ini bisa hadir di hadapan sidang pembaca. Semoga buku ini bermanfaat bagi semua pihak dan dapat memberikan kontribusi bagi pembangunan ilmu pengetahuan di Indonesia.

April, 2024



Yonas Prima Arga Rumbyarso, S.T., M.T., M.M.

DAFTAR ISI

PRAKATA	iii
DAFTAR ISI	iv
BAB 1 KARAKTERISTIK PENAMPANG BETON PRATEGANG	1
A. Pendahuluan.....	1
B. Beton Prategang.....	4
C. Perbedaan Beton Prategang & Beton <i>Precast</i>	6
D. Perbedaan Beton Prategang & Beton Bertulang.....	7
E. Prinsip Dasar Beton Prategang	9
F. Sistem Prategang & Pengangkuruan	15
G. Perencanaan Beton Prategang	19
H. Material Beton Prategang	20
I. Baja Mutu Tinggi.....	20
BAB 2 TEGANGAN LENTUR DAN NORMAL	25
A. Pendahuluan.....	25
B. Tegangan Lentur.....	26
C. Tegangan dan Regangan Balok Akibat Lentur Murni	30
D. Regangan Normal	32
E. Tegangan Normal	35
F. Tegangan Kombinasi.....	39
G. Tegangan Geser	41
H. Tegangan Puntir.....	46
I. Puntiran Poros Berpenampang Lingkaran.....	47
J. Puntiran pada Kawat Baja	48
K. Mengenal Dasar Puntiran	48
BAB 3 TRASE KABEL	49
A. Struktur Kabel.....	49
B. Daerah Batas Eksentrisitas di Sepanjang Bentangan	56
BAB 4 MOMEN RETAK DAN MOMEN BATAS	59
A. Momen Retak	59
B. Tipe Retak pada Balok Beton.....	64
C. Retak Lentur	64
D. Analisis Penampang Beton Prategang.....	69

E. Analisis Penampang Jangka Panjang	72
F. Momen Batas (<i>Momen Ultimit</i>).....	73
BAB 5 MACAM-MACAM LOSS OF PRESTRESS	
(KEHILANGAN PRATEGANG)	77
A. Momen Retak	77
B. Perpendekan Elastis	81
C. Kehilangan Prategang Akibat Gesekan Tendon.....	85
D. Kehilangan Prategang Akibat Slip pada Angkur.....	88
E. Kehilangan Prategang Akibat Rangkak pada Beton.....	90
F. Kehilangan Prategang Akibat Susut pada Beton	91
G. Kehilangan Prategang Akibat Relaksasi Baja	92
DAFTAR PUSTAKA	95



KARAKTERISTIK PENAMPANG BETON PRATEGANG

A. PENDAHULUAN

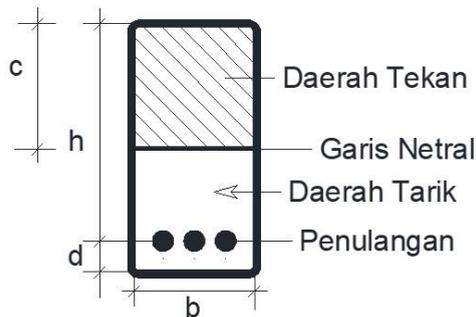
Di dalam dunia konstruksi, beton dikenal sebagai material campuran yang terdiri dari air, semen, pasir dan kerikil. Material ini tahan terhadap gaya tekan, akan tetapi tidak tahan terhadap gaya tarik. Pada umumnya, beton memiliki nilai kuat tarik kurang lebih 8% sampai dengan 14% dari nilai kuat tekannya.

Baja sendiri dikenal di dunia konstruksi sebagai sebuah material yang sangat tahan terhadap gaya tarik. Maka dari itu dengan menggabungkan atau mengombinasikan kedua bahan material tadi yaitu baja dan beton menjadi beton bertulang maka akan menghasilkan bahan konstruksi yang baru yang dapat menahan gaya tekan maupun gaya tarik, dimana beton yang menahan tekanan sedangkan tarikan ditahan oleh baja. Material ini dikenal juga dengan istilah *reinforced concrete*.

Jadi pada beton bertulang tegangan tekan dipikul oleh beton sedangkan baja (*rebar*) memikul tegangan tarik. Kita harus mengetahui bahwa pada beton bertulang. Penampang beton tidak dapat efektif 100% digunakan, ini dikarenakan bagian yang tertarik dapat diperhitungkan sebagai pemikul tegangan.

Beton prategang merupakan sebuah inovasi penting dalam teknologi konstruksi yang memungkinkan pembangunan struktur yang lebih kuat, tahan lama, & efisien. Melalui proses prategang, beton diberi tegangan sebelumnya

untuk meningkatkan kemampuannya dalam menahan beban yang diterapkan. Ini dicapai dengan memasang kabel atau batang baja yang ditarik dan kemudian diikatkan ke beton, sehingga memberikan kekuatan tambahan terhadap tekanan tarik yang mungkin terjadi. Beton prategang sering digunakan dalam pembuatan jembatan, lantai gedung bertingkat, dan struktur besar lainnya, di mana kebutuhan akan daya dukung dan ketahanan terhadap beban berat sangat kritis. Metode ini tidak hanya menghasilkan elemen struktural yang lebih ringan dan ekonomis tetapi juga memperluas jangkauan arsitektural dan rekayasa dengan memungkinkan desain yang lebih inovatif dan *span* yang lebih panjang.



Sumber: Edward G. Nawy, 2008.

Gambar 1.1 Beton Bertulang

Hal ini terlihat pada ilustrasi **Gambar 1.1** diatas. Tampak sebuah penampang beton bertulang dimana bagian diatas sumbu garis netral (arsir bergaris) merupakan bagian penampang beton yang diperhitungkan untuk memikul tegangan tekan, sedangkan daerah yang berada dibawah garis netral adalah daerah tarik yang tidak diperhitungkan untuk memikul gaya tarik karena beton tidak tahan terhadap tegangan tarik. Karena memiliki kapasitas tarik yang rendah, retak lentur beton terjadi pada tahapan awal pembebanan. Untuk mengurangi atau mencegah berkembangnya retak tersebut, dapat dilakukan dengan pemberian gaya konsentris atau eksentris dalam arah longitudinal elemen struktural. Gaya tarik pada beton bertulang dipikul oleh besi penulangan (*rebar*). Kelemahan lain dari konstruksi beton bertulang adalah berat sendiri (*self-weight*) yang besar, yaitu 2.400 kg/m^3 , dapat dibayangkan berapa berat penampang yang tidak diperhitungkan untuk memikul tegangan (daerah tarik).

Untuk mengatasi hal ini maka pada beton diberikan tekanan awal sebelum beban-beban mulai bekerja, sehingga penampang beton berada dalam keadaan tertekan seluruhnya. Kondisi inilah yang kemudian kita kenal sebagai beton pratekan atau beton prategang (*prestressed concrete*). Pemberian gaya eksentris atau konsentris memiliki tujuan untuk mencegah berkembangnya retak, yaitu dengan cara mengurangi tegangan tarik pada tumpuan serta daerah kritis pada saat kondisi beban bekerja, sehingga hal ini dapat meningkatkan kapasitas torsional, lentur serta geser penampang struktur tersebut. Penampang dapat memiliki perilaku elastis serta hampir semua kapasitas beton yang memikul tegangan tekan dapat secara efektif dimanfaatkan di seluruh tinggi penampang beton pada saat semua beban bekerja di struktur tersebut. Seperti disebutkan diawal tadi bahwa beton adalah material konstruksi yang terdiri dari bahan agregat kasar, agregat halus, semen serta air yang setelah beberapa jam dicampur jadi satu akan langsung mengeras sesuai bentuk pada waktu basahnya.

Pada umumnya beton yang memiliki kekuatan tekan tinggi minimal 30 MPa yang digunakan sebagai beton prategang atau beton pratekan, dimana kuat tekan yang tinggi ini diperlukan untuk memikul tegangan tekan pada saat serat dalam kondisi tertekan, pengangkutan tendon, mencegah terjadinya keretakan, memiliki modulus elastisitas yang tinggi serta mengalami susut rangkai lebih kecil. Terjadinya retak lentur pada taraf pembebanan yang masih rendah timbul karena rendahnya kapasitas tarik beton, untuk mengatasi hal ini menjadi berkembang maka gaya eksentris atau konsentris diberikan dalam arah longitudinal elemen struktural. Gaya longitudinal yang diterapkan tersebut diatas biasa disebut sebagai gaya prategang, yaitu sebuah gaya tekan yang memberikan prategang pada penampang di sepanjang bentang suatu elemen struktural sebelum bekerjanya beban mati serta beban hidup.

Gaya prategang ini berupa tendon yang diberikan tegangan awal sebelum memikul beban kerjanya, yang berfungsi menghilangkan atau mengurangi tegangan tarik pada saat beton mengalami beban kerja, menggantikan tulangan tarik pada struktur beton bertulang biasa.

B. BETON PRATEGANG

Beton prategang banyak digunakan dalam berbagai bangunan dan struktur sipil. Peningkatan kinerjanya memungkinkan untuk menghasilkan bentang yang lebih panjang, mengurangi ketebalan struktural, dan penghematan material dibandingkan dengan beton bertulang sederhana. Beton prategang pada dasarnya adalah beton dimana tegangan-tegangan internal dengan besar serta distribusi yang sesuai diberikan sedemikian rupa sehingga tegangan-tegangan yang diakibatkan oleh beban-beban luar dilawan sampai suatu tingkat yang diinginkan. Prategang meliputi tambahan gaya tekan pada struktur untuk mengurangi bahkan menghilangkan gaya tarik internal serta dalam hal ini retak pada beton dapat dihilangkan. Beton yang biasanya digunakan dalam beton prategang adalah memiliki kuat tekan yang cukup tinggi dengan nilai f'_c minimal K-300, modulus elastisitas yang tinggi serta mengalami susut rangkai ultimit yang lebih kecil, yang menghasilkan kehilangan prategang yang lebih kecil pada baja. Mengapa dibutuhkan kuat tekan yang tinggi ? hal ini dibutuhkan untuk menahan tegangan tekan pada serat tertekan, mencegah terjadinya keretakan, pengangkuran tendon. Penggunaan beton berkekuatan tinggi dapat memperkecil dimensi penampang melintang unsur-unsur struktural beton prategang. Dengan berkurangnya berat mati material, maka secara teknis maupun ekonomis bentang yang lebih panjang dapat dilakukan. Baja untuk prategang yang digunakan sebagai unsur pemberi prategang pada beton merupakan baja dengan mutu sangat tinggi hingga mencapai nilai 1862 MPa atau dapat lebih tinggi lagi. Baja dengan mutu tinggi seperti itu dapat mengimbangi kehilangan prategang serta memiliki taraf tegangan sisa yang dapat menahan gaya prategang yang dibutuhkan.

Kehilangan prategang normal dapat diperkirakan di dalam *range* sekitar 241 sampai dengan 414 MPa. Karena itu, prategang awal harus sangat tinggi, sekitar 1241 sampai 1517 MPa. Baja prategang dapat berbentuk kawat-kawat tunggal, *strand* yang terdiri dari atas beberapa kawat yang dipuntir membentuk elemen tunggal serta batang-batang yang memiliki mutu tinggi.

Beberapa definisi beton prategang menurut beberapa peraturan adalah sebagai berikut:

a. Menurut PBI-1971

Beton prategang adalah beton bertulang dimana telah ditimbulkan tegangan-tegangan *intern* dengan nilai dan pembagian yang sedemikian rupa hingga tegangan-tegangan akibat beton-beton dapat dinetralkan sampai suatu taraf yang diinginkan;

b. Menurut *Draft* Konsensus Pedoman Beton 1998.

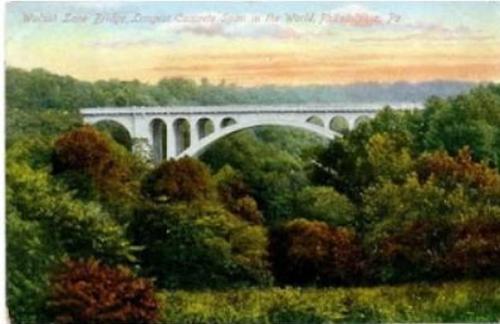
Beton prategang adalah beton bertulang yang dimana telah diberikan tegangan dalam untuk mengurangi tegangan tarik potensial dalam beton akibat pemberian beban yang bekerja;

c. Menurut ACI (*American Concrete Institute*)

Beton prategang adalah beton yang mengalami tegangan internal dengan besar & distribusi sedemikian rupa sehingga dapat mengimbangi sampai batas tertentu tegangan yang terjadi akibat beban eksternal.

1. Sejarah Beton Prategang

Penerapan pertama dari beton prategang dimulai oleh P.H. Jackson dari California, Amerika Serikat. Pada tahun 1886 telah dibuat hak paten dari konstruksi beton prategang yang dipakai untuk pelat & atap. Pada waktu yang hampir bersamaan yaitu pada tahun 1888, C.E.W. Doehting dari Jerman memperoleh hak paten untuk memprategang pelat beton dari kawat baja. Tetapi gaya prategang yang diterapkan dalam waktu yang singkat menjadi hilang karena rendahnya mutu & kekuatan baja. Untuk mengatasi hal tersebut oleh G.R. Steiner dari Amerika Serikat pada tahun 1908 mengusulkan dilakukannya penegangan kembali. Sedangkan J. Mandl & M. Koenen dari Jerman menyelidiki identitas & besar kehilangan gaya prategang. Eugen Freyssonet dari Perancis yang pertama-tama menemukan pentingnya kehilangan gaya prategang & usaha untuk mengatasinya. Berdasarkan pengalamannya membangun jembatan pelengkung pada tahun 1907 & 1927, maka disarankan untuk menggunakan baja dengan kekuatan yang sangat tinggi & perpanjangan yang besar. Kemudian pada tahun 1940 diperkenalkan sistem prategang yang pertama dengan bentang 47 meter di Philadelphia (Walnut Lane Bridge) seperti Gambar 1.2 dibawah ini:



Sumber: <https://myzavier.blogspot.com/2009/05/sejarah-perkembangan-beton-prategang.html>, 2023.

Gambar 1.2 Walnut Lane Bridge

Setelah Fresyssinnet para sarjana lain juga menemukan metode - metode prategang. Mereka adalah G.Magnel (Belgia), Y.Guyon (Perancis), P. Abeles (Inggris), F. Leonhardt (Jerman), V.V. Mikhailov (Rusia), & T.Y. Lin (Amerika Serikat). Sekarang telah dikembangkan banyak sistem & teknik prategang. Dan beton prategang sekarang telah diterima & banyak digunakan, setelah melalui banyak penyempurnaan hampir pada setiap elemen beton prategang, misalnya pada jembatan, komponen bangunan seperti balok, pelat & kolom, pipa & tiang panjang, terowongan & lain sebagainya. Dengan beton prategang dapat dibuat betang yang besar tetapi langsing.

C. PERBEDAAN BETON PRATEGANG & BETON *PRECAST*

Beton *precast* dan beton prategang adalah dua istilah yang sering digunakan dalam industri konstruksi, tetapi mereka merujuk pada konsep yang berbeda. Meskipun keduanya berkaitan dengan produksi elemen beton, ada perbedaan mendasar antara keduanya yang membuat beton *precast* tidak selalu identik dengan beton prategang. Berikut penjelasannya:

1. Beton *Precast*

Beton *precast*, atau beton pracetak, adalah elemen beton yang diproduksi di pabrik atau lokasi yang terpisah dari lokasi konstruksi utama. Elemen-elemen ini dibuat dalam lingkungan yang terkontrol, memungkinkan kualitas yang lebih tinggi dan konsistensi dalam produksi. Setelah elemen beton mencapai kekuatan yang diinginkan dan memenuhi standar kualitas yang diperlukan, mereka kemudian diangkut ke lokasi konstruksi dan dipasang.

Beton *precast* dapat mencakup berbagai produk seperti panel dinding, tiang, balok, dan pelat lantai. Keunggulan utama dari beton *precast* adalah kontrol kualitas yang lebih baik, pengurangan waktu konstruksi di lokasi, dan efisiensi kerja.

2. Perbedaan Utama & Mengapa Beton *Precast* Bukan Selalu Beton Prategang

a. Proses produksi:

Beton *precast* menekankan pada lokasi dan metode produksi (pracetak), sementara beton prategang berfokus pada teknik penguatan (prategang) yang digunakan pada beton, baik itu pracetak maupun dituang di tempat (*cast-in-place*).

b. Tujuan penggunaan:

Beton *precast* digunakan untuk mempercepat konstruksi dan memastikan kualitas, sedangkan beton prategang ditujukan untuk meningkatkan kekuatan struktural elemen beton agar dapat menangani beban lebih besar atau rentang lebih panjang.

c. Aplikasi:

Tidak semua beton *precast* di-prategang. Beton *precast* dapat digunakan tanpa prategang untuk aplikasi yang tidak memerlukan ketahanan tarik atau lentur yang tinggi. Di sisi lain, beton prategang dapat diproduksi sebagai elemen *precast* atau dibuat di lokasi konstruksi.

Dengan demikian, beton *precast* belum tentu beton prategang karena perbedaan dalam tujuan penggunaan dan proses produksi. Meskipun beton prategang sering diproduksi sebagai *precast* untuk memanfaatkan keunggulan kedua metode, ada banyak aplikasi beton *precast* yang tidak memerlukan prategangan.

D. PERBEDAAN BETON PRATEGANG & BETON BERTULANG

Perbedaan antara beton prategang & beton bertulang adalah sebagai berikut:

1. Beton Bertulang

Beton bertulang adalah kombinasi dari beton serta tulangan baja, yang bekerja secara bersama-sama untuk memikul beban yang ada. Beton bekerja

dengan cara memikul tegangan tekan sedangkan tulangan baja akan memberikan kuat tarik yang tidak dimiliki oleh beton. Penempatan tulangan baja yang sesuai pada tempatnya akan membuat beton bertulang dapat sekaligus memikul tegangan tekan maupun tegangan tarik.

2. Beton Prategang

Komisi ACI (*American Concrete Institute*) mengenai beton prategang yaitu beton yang mengalami tegangan internal dengan besar & distribusi sedemikian rupa sehingga dapat mengimbangi sampai batas tertentu tegangan yang terjadi akibat beban eksternal.

Tabel 1.1 Perbandingan Sifat & Perilaku Material
Antara Beton Prategang & Beton Bertulang

No.	Perbedaan	Beton Prategang	Beton Bertulang
1.	Kuat Tarik	Tegangan permanen diberikan sebelum seluruh beban mati & hidup bekerja, supaya tegangan tarik <i>netto</i> yang ditimbulkan oleh beban-beban tersebut dapat dikurangi	Dapat diabaikan
2.	Tulangan Baja	Baja yang dibutuhkan untuk menghasilkan gaya prategang secara aktif memberi beban awal pada komponen struktur, sehingga memungkinkan terjadinya pemulihan retak & defleksi	Tidak memberikan gaya dari dirinya pada komponen struktur tersebut

Sumber: Edward G. Nawy, 2001.

Kombinasi beton dengan mutu yang tinggi dengan baja bermutu tinggi dengan cara aktif, sedangkan beton bertulang kombinasinya secara pasif. Cara aktif ini dapat dicapai dengan cara menarik baja dengan menahannya ke beton, sehingga beton dalam keadaan tertekan.

3. Keuntungan dan Kerugian Beton Prategang

Adapun keuntungan & kerugian dari beton prategang dapat dilihat dibawah ini.

a. Keuntungan Beton Prategang:

- Keadaan bebas retak mencegah munculnya korosi pada baja tulangan;
- Keretakan miring cenderung berkurang;
- Elemen struktur dapat dibuat lebih langsing karena komponen struktur memiliki kekakuan yang lebih kaku.

b. Kerugian Beton Prategang

- Penggunaan bahan-bahan bermutu tinggi mengakibatkan harga satuan pekerjaan menjadi tinggi;
- Pekerjaan struktur beton prategang menuntut ketelitian kerja yang lebih tinggi & pengawasan yang lebih ketat.

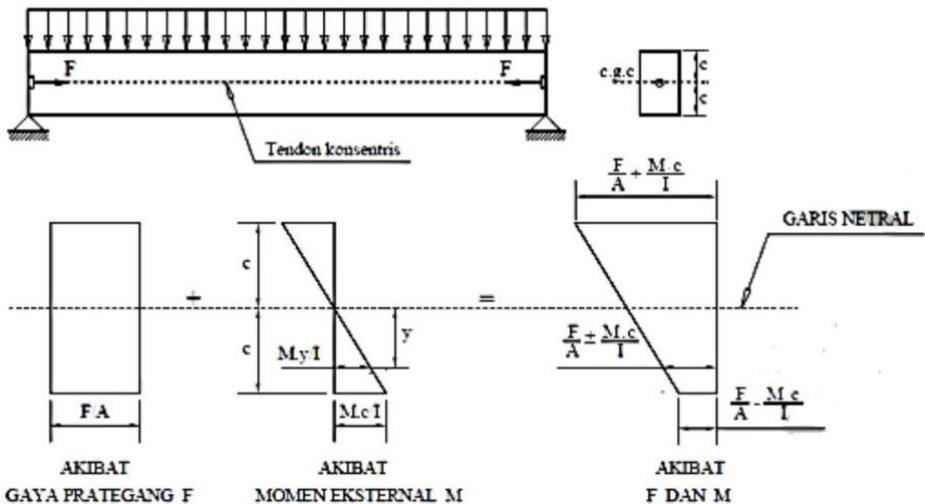
E. PRINSIP DASAR BETON PRATEGANG

Pada elemen-elemen beton bertulang, sistem prategang biasanya dilakukan dengan menarik tulangnya.

Ada 3 (tiga) konsep yang dapat dipergunakan untuk menjelaskan & menganalisis sifat-sifat dasar dari beton pratekan atau prategang.

1. Konsep Pertama

Sistem pratekan/prategang untuk mengubah beton yang getas menjadi bahan yang elastis. Eugene Freyssinett menggambarkan dengan memberikan tekanan terlebih dahulu (pratekan) pada bahan beton yang pada dasarnya getas akan menjadi bahan yang elastis. Dengan memberikan tekanan (dengan menarik baja mutu tinggi), beton yang bersifat getas & kuat memikul tekanan, akibat adanya tekanan internal ini dapat memikul tegangan tarik akibat beban eksternal. Hal ini dapat dijelaskan dengan Gambar 1.3 dibawah ini:



Sumber: T.Y. Lin & N. H. Burns, 1982.
Gambar 1.3 Desain Struktur Beton Prategang

Sistem prategang untuk mengubah beton menjadi bahan yang elastis. Ini merupakan buah pemikiran Eugene Freyssinet yang memvisualisasikan beton prategang pada dasarnya adalah beton yang ditransformasikan dari bahan yang getas menjadi bahan elastis dengan memberikan tekanan (desakan) terlebih dahulu (pratekan) pada bahan tersebut. Dari konsep ini lahirlah kriteria “tidak ada tegangan tarik” pada beton.

Dalam bentuk paling sederhana, balok persegi panjang yang diberikan prategang oleh sebuah tendon yang melalui sumbu yang melalui titik berat & dibebani oleh gaya eksternal. Gaya tarik prategang P pada tendon menghasilkan gaya tekan P yang sama pada beton yang bekerja pada titik berat tendon. Pada keadaan ini gaya berada pada titik berat penampang beton. Akibat gaya prategang P , tegangan merata sebesar:

$$F = P / A \dots\dots\dots (1.1)$$

Dengan:

- P = Gaya prategang efektif
- F = Tegangan satuan
- A = Luas penampang

Akan timbul pada penampang seluas A, jika M adalah momen eksternal pada penampang akibat beban & berat sendiri balok, maka tegangan pada setiap titik sepanjang penampang akibat M adalah:

$$F = (M \cdot Y) / I \dots\dots\dots (1.2)$$

Dengan:

- f = Tegangan satuan
- M = Momen pada penampang
- Y = Jarak dari sumbu yang melalui titik berat
- I = Momen inersia pada penampang

Jadi distribusi tegangan yang dihasilkan adalah:

$$F = (P / A) \pm (M \cdot Y) / I \dots\dots\dots (1.3)$$

Disini gaya resultan tekan P pada beton bekerja pada titik berat tendon yang berjarak c & c.g.c (*center gravity of concrete*). Akibat gaya prategang yang eksentris, beton dibebani oleh momen & beban langsung. Jika momen yang dihasilkan oleh sistem prategang adalah P.e, & tegangan – tegangan akibat momen ini adalah:

$$F = (P \cdot e \cdot y) / I \dots\dots\dots (1.4)$$

Dengan, e = eksentrisitas titik berat tendon dari c.g.c (mm) maka, distribusi tegangan yang dihasilkan adalah:

$$F = P / A \pm P \cdot e \cdot y / A \pm M \cdot y / I \dots\dots\dots (1.5)$$

$$F = P / A (1 \pm e / k) \pm M / Ak \dots\dots\dots (1.6)$$

Aibat diberi gaya tekan (gaya prategang) F yang bekerja pada pusat berat penampang beton akan memberikan tegangan tekan yang merata di seluruh penampang beton sebesar F / A, dimana A adalah luas penampang beton tersebut. Akibat beban merata (termasuk berat sendiri beton) akan memberikan tegangan tarik dibawah garis netral & tegangan tekan diatas garis netral yang besarnya pada serat terluar penampang adalah senilai:

$$f = \frac{M_c}{I} \dots\dots\dots (1.7)$$

- M = Momen lentur pada penampang yang ditinjau
- c = Jarak garis netral ke serat terluar penampang
- I = Momen inersia penampang

Kalau kedua tegangan akibat gaya prategang & tegangan akibat momen lentur ini dijumlahkan, maka tegangan maksimum pada serat terluar penampang adalah:

- a. Diatas garis netral:

$$f_{\text{total}} = \frac{P}{A} + \frac{Mc}{I} \rightarrow \text{tidak boleh melampaui tegangan hancur beton.}$$

- b. Dibawah garis netral:

$$f_{\text{total}} = \frac{P}{A} - \frac{Mc}{I} \rightarrow \text{tidak boleh lebih kecil dari nol.}$$

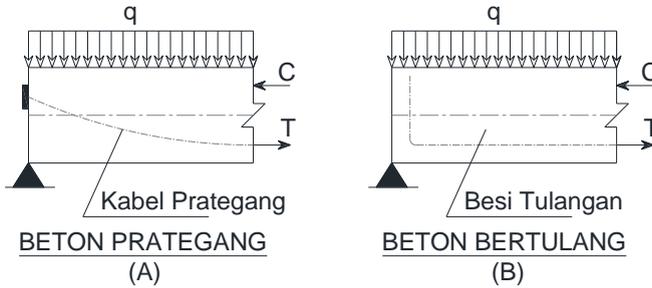
Jadi, dengan adanya gaya internal tekan ini, maka beton akan dapat memikul beban tarik.

2. Konsep Kedua

Sistem prategang untuk kombinasi baja mutu tinggi dengan beton mutu tinggi. Beton mutu tinggi adalah komponen utama dari semua elemen beton prategang, sedangkan baja mutu tinggi merupakan bahan yang umum digunakan untuk menghasilkan gaya prategang & menyuplai gaya tarik pada beton prategang.

Kombinasi sistem ini hampir sama dengan konsep beton bertulang biasa, yaitu beton prategang merupakan kombinasi kerja sama antara baja prategang & beton, dimana beton menahan beton tekan & baja prategang menahan beban tarik.

Dimana hal ini dapat dijelaskan atau diterangkan sebagai berikut:



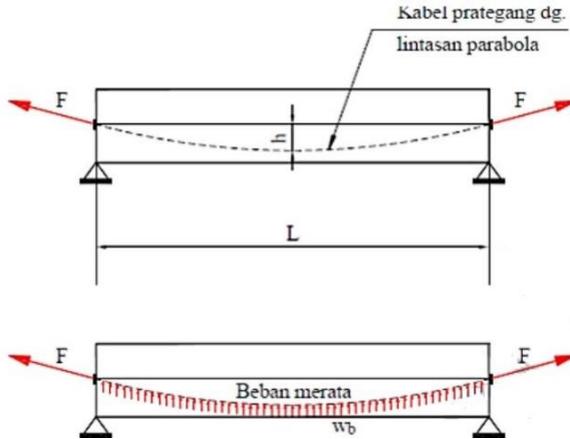
Sumber: T.Y. Lin & N.H. Burns, 1982.

Gambar 1.4 Desain Struktur Beton Prategang

Pada beton prategang, baja prategang ditarik dengan gaya prategang T yang mana membentuk suatu kopel momen dengan gaya tekan pada beton C untuk melawan momen akibat beban luar. Sedangkan pada beton bertulang biasa, besi penulangan menahan gaya tarik T akibat beban luar, yang juga membentuk kopel momen dengan gaya tekan pada beton C untuk melawan momen luar akibat beban luar. Kombinasi kerja sama antara baja mutu tinggi & beton mutu tinggi pada beton prategang membentuk penggunaan yang lebih aman & ekonomis dibandingkan pada beton bertulang dimana baja hanya ditanamkan begitu saja, karena keduanya bergabung membuat kopel penahan melawan momen eksternal.

3. Konsep Ketiga

Sistem prategang untuk mencapai keseimbangan beban. Sistem ini menggunakan prategang sebagai suatu usaha untuk membuat keseimbangan gaya-gaya pada suatu balok. Pada desain struktur beton prategang, pengaruh dari prategang dipandang sebagai keseimbangan berat sendiri, sehingga batang yang mengalami lendutan seperti plat, balok & gelagar tidak akan mengalami tegangan lentur pada kondisi pembebanan yang terjadi. Hal ini dapat dijelaskan sebagai berikut:



Sumber: Edward G, Nawy, 2001.

Gambar 1.5 Beton Prategang

Suatu balok beton diatas 2 perletakan (*simple beam*) yang diberi gaya prategang F melalui suatu kabel prategang dengan lintasan parabola. Beban akibat gaya prategang yang terdistribusi secara merata ke arah atas dinyatakan:

$$W_b = \frac{8.F.h}{L^2} \dots\dots\dots (1.8)$$

Dimana:

- W_b : Beban merata ke arah atas, akibat gaya prategang F
- h : Tinggi parabola lintasan kabel prategang
- L : Bentangan balok
- F : Gaya prategang

Beban merata akibat beban yang mengarah ke bawah akan diimbangi oleh gaya merata akibat prategang (W_b) yang mengarah ke atas. Sistem mencapai keseimbangan beban dapat diterapkan pada struktur statis tak tentu seperti pada konstruksi *flat plate* bentang menerus. Hal ini disebabkan prinsip-prinsip perimbangan beban pada *flat plate* dilakukan dengan dua arah penegangan, sehingga pada masing-masing arah memiliki distribusi tegangan yang merata & tidak melendut akibat pembebanan. Ketiga sistem dari beton prategang (pratekan) tersebut di atas, dipergunakan untuk menganalisis prinsip desain suatu struktur beton prategang. Sistem prategang untuk mencapai keseimbangan beban. Konsep ini terutama menggunakan prategang sebagai

suatu usaha untuk membuat keseimbangan gaya-gaya pada sebuah balok. Penerapan dari konsep ini menganggap beton diambil sebagai benda bebas & menggantikan tendon dengan gaya-gaya yang bekerja pada sepanjang beton.

Suatu balok beton di atas 2 perletakan (*simple beam*) yang diberi gaya prategang F melalui suatu kabel prategang dengan lintasan parabola. Beban akibat gaya prategang yang terdistribusi secara merata ke arah atas dinyatakan:

$$W_b = (8.F.h)/L^2 \dots\dots\dots (1.9)$$

Dimana:

- W_b : Beban merata ke arah atas, akibat gaya prategang F
- h : Tinggi parabola lintasan kabel prategang
- L : Bentangan balok
- F : Gaya prategang

Jadi beban merata akibat beban (mengarah ke bawah) diimbangi oleh gaya merata akibat prategang W_b yang mengarah ke atas.

F. SISTEM PRATEGANG & PENGANGKURAN

Sistem beton prategang sesungguhnya adalah cara menegangkan atau menarik baja yang dikombinasikan dengan cara mengangkurkannya ke beton, termasuk barangkali beberapa rincian lain mengenai operasi atau cara kerjanya. Tekanan pada beton prategang yang diakibatkan dari penegangan tendon dibedakan menjadi 2 (dua) sistem prategang, yaitu:

1. Pratarik (*Pre-tensioning*)

Pada sistem penegangan pratarik, sebelum beton dicor, baja pratarik terlebih dahulu ditarik diantara 2 dinding penahan & diangkurkan pada ujung-ujung pelataran kerja. Kemudian beton dicor & setelah benar-benar mengeras (mencapai kekuatan beton yang diinginkan), kabel-kabel diputuskan dari dinding penahan, sehingga gaya prategang dipindahkan pada beton.

- Tahap (A)
Kabel (tendon) prategang ditarik atau diberi gaya prategang kemudian diberi ankur pada suatu *abutment* tetap.

- Tahap (B)
Beton dicor pada cetakan (*formwork*) & landasan yang telah disediakan sehingga beton melingkupi tendon yang sudah diberikan gaya prategang & dibiarkan mengering.
- Tahap (C)
Setelah beton mengering & cukup umur serta kuat untuk menerima gaya prategang, tendon dipotong & dilepas, sehingga gaya prategang ditransfer ke beton. Setelah gaya prategang ditransfer ke beton, balok beton tersebut akan melengkung ke atas sebelum menerima beban kerja. Setelah beban kerja bekerja, maka balok beton tersebut akan rata.

Contoh Soal:

Sebuah balok beton prategang dengan sistem *pre-tensioning* akan dibuat untuk jembatan. Panjang balok adalah 15 meter. Kabel prategang yang digunakan memiliki luas penampang 100 mm² dengan tegangan awal sebesar 1200 MPa. Modulus elastisitas untuk baja prategang adalah 200 GPa, dan modulus elastisitas untuk beton adalah 30 GPa. Kehilangan tegangan akibat relaksasi baja, gesekan, dan penyusutan beton diestimasi sebesar 10%.

Pertanyaan:

- 1) Berapakah tegangan awal yang diberikan kepada kabel prategang ?
- 2) Berapakah kehilangan tegangan total dalam kabel prategang ?
- 3) Berapakah tegangan akhir dalam kabel prategang setelah mempertimbangkan kehilangan tegangan ?

Penyelesaian:

- 1) Tegangan awal yang diberikan kepada kabel prategang
Tegangan awal (P_i) dapat dihitung dengan mengalikan luas penampang kabel prategang (A_p) dengan tegangan awal (σ_p):
$$P_i = A_p \cdot \sigma_p$$
Dengan $A_p = 100 \text{ mm}^2$ & $\sigma_p = 1200 \text{ MPa}$,
 $P_i = 100 \text{ mm}^2 \cdot 1200 \text{ MPa} = 120000 \text{ N}$
- 2) Kehilangan tegangan total dalam kabel prategang
Kehilangan tegangan (P_{loss}) adalah 10% dari tegangan awal:

$$P_{loss} = 0,10 \cdot P_i$$

$$P_{loss} = 0,10 \cdot 120000 \text{ N} = 12000 \text{ N}$$

- 3) Tegangan akhir dalam kabel prategang

Tegangan akhir (P_f) setelah kehilangan tegangan adalah:

$$P_f = P_i - P_{loss}$$

$$P_f = 120000 \text{ N} - 12000 \text{ N} = 108000 \text{ N}$$

Untuk mengkonversi tegangan akhir kembali ke MPa, gunakan luas penampang kabel prategang:

$$\sigma_f = \frac{P_f}{A_p} = \frac{108000 \text{ N}}{100 \text{ mm}^2} = 1080 \text{ MPa}$$

Jawaban:

- 1) Tegangan awal yang diberikan kepada kabel prategang adalah 120,000 N.
- 2) Kehilangan tegangan total dalam kabel prategang adalah 12,000 N.
- 3) Tegangan akhir dalam kabel prategang setelah mempertimbangkan kehilangan tegangan adalah 1080 MPa.

2. Pascatarik (*Post-Tensioning*)

Kebanyakan pelaksanaan beton prategang di lapangan dilaksanakan dengan metode *post-tensioning*. *Post-tensioning* kebanyakan digunakan untuk membangun jembatan yang mana konstruksi beton prategang dibuat segmental. Adapun metode dalam pelaksanaan pekerjaan beton prategang dengan sistem pascatarik adalah sebagai berikut:

- **Tahap (A)**

Selongsor kabel tendon dimasukkan dengan posisi yang benar pada cetakan beton beserta atau tanpa tendon dengan salah satu ujungnya diberi angkur hidup & angkur mati atau dengan angkur hidup & angkur hidup.

- **Tahap (B)**

Beton dicor & dibiarkan mengeras hingga mencapai umur yang mencukupi.

- **Tahap (C)**

Dongkrak hidrolik dipasang pada angkur hidup & kabel tendon ditarik hingga mencapai tegangan atau gaya yang direncanakan.

- **Tahap (D)**

Untuk mencegah kabel tendon kehilangan tegangan akibat slip pada ujung angkur dipasangkan baji. Gaya tarik akan berpindah pada beton sebagai gaya tekan internal akibat reaksi angkur.

Tahap Pembebanan

Dua tahap pembebanan pada beton prategang adalah tahap transfer & tahap *service* (layan).

1) Tahap Transfer

Pada saat ini beban yang bekerja hanya berat sendiri struktur, beban pekerja & peralatan, sedangkan beban hidup belum bekerja sepenuhnya, jadi beban yang bekerja sangat minimum, sementara gaya prategang yang bekerja adalah maksimum karena belum ada kehilangan gaya prategang.

2) Tahap *Service*

Setelah beton prategang digunakan atau difungsikan sebagai komponen struktur, maka mulailah masuk ke tahap *service*, atau tahap layan dari beton prategang tersebut. Pada tahap ini beban luar seperti *live load*, angin, gempa & lain-lain mulai bekerja, sedangkan pada tahap ini semua kehilangan gaya prategang sudah harus dipertimbangkan di dalam analisis strukturnya.

Contoh Soal:

Sebuah pelat lantai beton prategang dengan sistem *post-tensioning* akan dibangun. Panjang pelat adalah 10 meter dan lebar 5 meter. Kabel prategang akan ditempatkan sepanjang panjang pelat. Kekuatan tekan minimum yang dibutuhkan untuk beton adalah 40 MPa. Kabel prategang yang digunakan memiliki luas penampang 150 mm² dengan tegangan awal sebesar 0 MPa (karena sistem *post-tensioning*, tegangan diberikan setelah beton mengeras). Kehilangan tegangan akibat relaksasi baja, gesekan, dan penyusutan beton diestimasi sebesar 20%. Modulus elastisitas untuk baja prategang adalah 195 GPa. Diketahui bahwa untuk memastikan keamanan struktur, tegangan akhir yang diinginkan pada kabel setelah semua kehilangan adalah 1000 MPa.

Pertanyaan:

- 1) Berapakah tegangan awal yang harus diberikan pada kabel prategang sebelum memperhitungkan kehilangan ?
- 2) Berapakah gaya prategang total yang diberikan pada pelat ?

Penyelesaian:

- 1) Tegangan awal yang harus diberikan pada kabel prategang
Untuk menemukan tegangan awal (σ_i) sebelum kehilangan, kita harus memperhitungkan kehilangan tegangan. Jika tegangan akhir yang diinginkan adalah 1000 MPa dan kehilangan tegangan adalah 20%, tegangan awal dapat dihitung sebagai berikut:

$$\sigma_i = \frac{\sigma_f}{1 - \text{kehilangan}}$$

Dengan $\sigma_f = 1000$ MPa & kehilangan tegangan 20% (0,20),

$$\sigma_i = \frac{1000 \text{ MPa}}{1 - 0,20} = 1250 \text{ MPa}$$

- 2) Gaya prategang total yang diberikan pada pelat
Gaya prategang total (P_{total}) dapat dihitung dengan mengalikan tegangan awal yang diinginkan (σ_i) dengan luas penampang kabel (A_p):

$$P_{total} = \sigma_i \cdot A_p$$

Dengan $\sigma_i = 1250$ MPa & $A_p = 150 \text{ mm}^2$,

$$P_{total} = 1250 \text{ MPa} \cdot 150 \text{ mm}^2 = 187500 \text{ N}$$

Karena $1 \text{ MPa} = 1 \text{ N} / \text{mm}^2$,

$$P_{total} = 187,5 \text{ kN}$$

Jawaban:

- 1) Tegangan awal yang harus diberikan pada kabel prategang sebelum memperhitungkan kehilangan adalah 1250 MPa.
- 2) Gaya prategang total yang diberikan pada pelat adalah 187,5 kN.

G. PERENCANAAN BETON PRATEGANG

Adapun 2 (dua) metode perencanaan beton prategang, yaitu:

1. *Working stress method* (metode beban kerja)
Dengan menghitung tegangan yang terjadi akibat pembebanan (tanpa dikalikan dengan faktor beban) & membandingkan dengan tegangan yang diizinkan. Tegangan yang diizinkan dikalikan dengan suatu faktor kelebihan

tegangan (*overstress factor*) & jika tegangan yang terjadi lebih kecil dari tegangan yang diizinkan tersebut, maka struktur dinyatakan aman.

2. *Limit state method* (metode beban batas)

Metode ini didasarkan pada batas-batas tertentu yang dapat dilampaui oleh suatu sistem struktur. Batas-batas ini ditetapkan terutama terhadap kekuatan, kemampuan layan, keawetan, ketahanan terhadap beban, api, kelelahan & persyaratan-persyaratan khusus yang berhubungan dengan penggunaan struktur tersebut.

H. MATERIAL BETON PRATEGANG

Beton prategang memerlukan beton yang memiliki kekuatan tekan yang lebih tinggi pada usia yang masih muda, dengan kekuatan tarik yang lebih tinggi dibandingkan dengan beton biasa. Susut yang rendah, karakteristik rangkai minimum & nilai modulus yang tinggi pada umumnya dianggap perlu untuk batang prategang. Kuat tekan yang digunakan adalah kuat tekan kubus 28 hari minimum yang ditentukan dalam peraturan I.S. adalah 40 N/mm^2 untuk batang pratarik & 30 N/mm^2 untuk batang pascatarik (N. Krishna Raju, *Beton Prategang Edisi Kedua*, 1993). Kuat tekan yang tinggi ini diperlukan untuk menahan tegangan pada serat tertekan, pengankuran tendon, mencegah terjadinya keretakan. Penggunaan beton berkekuatan tinggi dapat memperkecil dimensi penampang melintang unsur-unsur *structural* beton prategang. Dengan berkurangnya berat mati material, maka secara teknis maupun ekonomis bentang yang lebih panjang dapat dilakukan.

I. BAJA MUTU TINGGI

Baja mutu tinggi merupakan bahan yang umum digunakan untuk menghasilkan gaya prategang & menyuplai gaya tarik pada beton prategang. Penggunaan baja mutu tinggi ini dikarenakan tingginya kehilangan rangkai & susut pada beton. Untuk mendapatkan prategang efektif hanya dapat dicapai menggunakan baja mutu tinggi. Tipe baja yang digunakan untuk beton prategang dalam praktiknya ada 3 (tiga) macam, yaitu:

1. Kawat tunggal (*wires*), biasanya digunakan untuk baja prategang pada beton prategang dengan sistem pratarik (*pre-tension*);

2. Kawat untai (*strand*), biasanya digunakan untuk baja prategang pada beton prategang dengan sistem pascatarik (*post-tension*);
3. Kawat batangan (*bar*), biasanya digunakan untuk baja prategang pada beton prategang dengan sistem pratarik (*pre-tension*).

Untaian kawat (*strand*) untuk sistem prategang umumnya disesuaikan dengan spesifikasi ASTM A-416. Yang digunakan adalah 2^o, 1274 MPa & 1860 MPa, dimana kata “derajat” menunjukkan tegangan putus minimum yang dijamin. Pada Tabel 1.2 dibawah ini akan ditunjukkan tipikal baja yang biasa untuk digunakan.

**Tabel 1.2 Strand Stress Relieved Standar dengan
Tujuh Kawat Tanpa Pelapis (ASTM-416)**

Diameter Nominal		Kekuatan Putus	Luas Nominal <i>Strand</i>	Beban Minimum Pada Pemuaihan 1%
inchi	mm	kN	mm ²	kN
Derajat 250 (1720 MPa)				
1/4	5,35	40	23,22	34
5/16	7,94	64,5	37,42	54,7
3/8	9,53	89	51,61	75,6
7/16	11,11	120,1	69,68	102,3
1/2	12,7	160,1	92,9	136,2
3/5	15,2	240,2	139,35	204,2
Derajat 270 (1860 MPa)				
3/8	9,53	102,3	58,84	87
7/16	11,11	137,9	74,19	117,2
1/2	12,70	183,7	98,71	156,1
3/5	15,24	260,7	140	221,5

Terdapat 2 material yang digunakan dalam pembuatan struktur beton prategang, yaitu baja prategang & beton dengan mutu tinggi (Yolanda D, 2017).

1. Baja Prategang

Baja prategang/tendon yang digunakan pada beton prategang adalah berupa baja mutu tinggi yang dibuat dalam beberapa bentuk. Terdapat beberapa bentuk tendon, yaitu:

- a. Batang (*bar*), yaitu tendon berbentuk batangan dengan penampang padat;
 - b. Kabel (*wire*), yaitu tendon dengan penampang padat;
 - c. Untaian kabel (*strand*), yaitu sekelompok kabel/kawat yang diuntai membentuk *helical* mengelilingi sumbu.
2. Beton
- Beton pada struktur prategang menggunakan mutu yang lebih tinggi dibandingkan dengan beton bertulang disebabkan oleh adanya gaya tekan awal yang cukup besar pada penampang. Sifat beton yang ada kaitannya dengan beton prategang & penting untuk diketahui, yaitu:
- a. Susut (*shrinkage*), volume dari adukan akan berkurang semakin meningkatnya usia beton, disebabkan oleh proses kimia & hidrasi serta penguapan air adukan yang tidak terikat oleh semen;
 - b. Rangkak (*creep*), perubahan bentuk (*irreversible*) atau tidak dapat kembali ke bentuk semula, disebabkan oleh perubahan bentuk plastis dari adukan beton yang merupakan fungsi dari waktu.

SOAL-SOAL LATIHAN:

Berikut adalah beberapa contoh soal latihan mengenai karakteristik penampang beton prategang yang dirancang untuk membantu memahami konsep-konsep dasar & aplikasinya dalam desain struktural:

1. **Soal 1: Perhitungan Luas Penampang Efektif**

Sebuah balok beton prategang memiliki dimensi penampang 200 mm x 300 mm. Jika terdapat 4 tendon prategang yang masing-masing memiliki diameter 5 mm ditempatkan pada jarak 50 mm dari bagian bawah penampang, hitunglah luas penampang efektif (A_{eff}) balok tersebut.

2. **Soal 2: Penentuan Momen Inersia Penampang**

Diberikan sebuah penampang balok T prategang dengan lebar *flens* 300 mm, tebal *flens* 50 mm, lebar badan (*web*) 150 mm, dan tinggi total 400 mm. Hitunglah momen inersia (I) penampang tersebut mengenai sumbu yang lewat pusat gravitasinya.

3. **Soal 3: Analisis Tegangan pada Penampang**

Sebuah balok prategang dengan penampang persegi 250 mm x 250 mm ditegang dengan gaya prategang sebesar 1500 kN. Gaya prategang diterapkan pada eksentrisitas 30 mm dari pusat gravitasi penampang.

Hitunglah tegangan maksimum dan minimum pada penampang tersebut akibat gaya prategang.

4. Soal 4: Kehilangan Tegangan Akibat Gesekan

Tendon prategang memiliki panjang awal sebesar 10 meter dan ditarik melalui saluran yang memiliki jari-jari kelengkungan 20 meter. Jika koefisien gesekan antara tendon dan saluran adalah 0.3, hitunglah kehilangan tegangan akibat gesekan pada tendon.

5. Soal 5: Efek Kehilangan Tegangan pada Kekuatan Akhir

Sebuah balok beton prategang memiliki panjang 12 meter dan ditegang dengan gaya awal sebesar 1000 kN. Estimasi kehilangan tegangan akibat relaksasi baja, penyusutan beton, dan *creep* beton adalah 15% dari gaya prategang awal. Hitunglah gaya prategang efektif pada balok setelah mempertimbangkan kehilangan tegangan.



TEGANGAN LENTUR DAN NORMAL

A. PENDAHULUAN

Gaya-gaya dalam pada sebuah balok yang berupa gaya momen, gaya lintang & gaya normal akan menimbulkan tegangan pada masing-masing balok tersebut sesuai dengan beban yang dipikulnya. Tegangan-tegangan tersebut dapat bekerja sendiri, juga bersamaan sekaligus apabila balok tersebut menerima beban luar yang mengakibatkan terjadinya gaya momen, gaya lintang & gaya normal. Tegangan lentur terjadi apabila balok memikul beban & mengakibatkan adanya lenturan yang terjadi pada balok dimaksud.

Tegangan lentur ini tentu saja dipengaruhi oleh besarnya gaya momen yang terjadi. Tegangan normal terjadi apabila balok menerima beban sejajar sumbu bahan. Tegangan normal dapat berupa tegangan normal tekan apabila gaya yang bekerja adalah gaya tekan, tegangan normal tarik apabila gaya tarik bekerja pada balok tersebut. Tegangan kombinasi apabila pada balok terjadi tegangan lentur secara bersamaan. Tegangan kombinasi ini adalah jumlah total antara tegangan lentur serta tegangan normal. Tegangan geser terjadi apabila pada balok bekerja gaya dalam geser atau gaya lintang tegangan geser.

Walaupun pada balok bekerja gaya dalam geser, momen & normal secara bersamaan, tegangan geser ini dapat dijumlahkan. Sehingga tegangan geser yang timbul bersama-sama dengan tegangan lentur maupun normal tidak dapat dikatakan tegangan kombinasi. Tegangan normal adalah gaya yang bekerja searah/sejajar sumbu bahan. Pada tegangan lentur dipengaruhi

dengan besaran momen yang bekerja pada balok yang ditinjau, besarnya momen inersia balok tersebut serta serat yang ditinjau. Demikian juga dengan tegangan geser, selain dipengaruhi besarnya, gaya lintang dari bagian balok yang ditinjau juga dipengaruhi besarnya, gaya lintang dari bagian balok yang ditinjau juga dipengaruhi oleh lebar balok, momen inersia balok serta statis momen & serat yang ditinjau garis netralnya atau terhadap titik berat penampang.

B. TEGANGAN LENTUR

Balok melentur adalah suatu barang yang dikenakan oleh beban-beban yang bekerja secara transversal terhadap sumbu pemanjangnya. Beban-beban ini menghasilkan aksi internal, atau resultan tegangan dalam bentuk tegangan normal, tegangan geser & momen lentur. Beban samping (*lateral loads*) yang bekerja pada sebuah balok menyebabkan balok menjadi melengkung atau melentur, sehingga dengan demikian mendeformasikan sumbu balok menjadi suatu garis lengkung.

Berikut adalah beberapa dari macam-macam atau tipe-tipe lenturan:

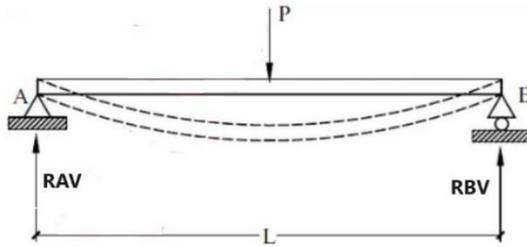
a. Lenturan Murni (*Pure Bending*)

Lenturan dihasilkan oleh kopel & tidak ada gaya geser transversal yang bekerja pada batang. Balok dengan lenturan murni hanya memiliki tegangan normal (tegangan lentur tarik & tekan)

b. Lenturan Biasa (*Ordinary Bending*)

Lenturan dihasilkan oleh gaya-gaya yang bekerja pada batang & tidak terdapat kopel. Balok dengan lenturan biasa memiliki tegangan normal & tegangan geser.

Balok seperti tergambar menerima beban yang mengakibatkan balok tersebut. Dengan demikian balok tersebut akan menerima gaya dalam momen (M).



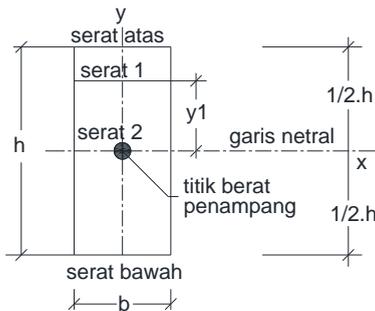
Gambar 2.1 Balok Yang Mengalami Lentur

Tegangan lentur berbanding lurus dengan perkalian momen & jarak serat yang ditinjau terhadap garis netral atau titik beratnya & berbanding terbalik dengan momen inersia balok tersebut.

$$\sigma_L = \frac{M \cdot y}{I_x} \dots\dots\dots (2.1)$$

Dimana

- σ_L = tegangan lentur
- y = jarak serat ke garis netral
- I_x = momen inersia terhadap sumbu x



Gambar 2.2 Penampang Balok Segi Empat Dimensi $b \times h$

Apabila tegangan lentur pada serat atas maka $y = \frac{1}{2} h$, karena garis netral adalah sama dengan sumbu x, demikian juga tinjauan tegangan lentur untuk serat bawah, besar $y = \frac{1}{2} h$, sedangkan jarak y pada serat 1 adalah y_1 . Pada serat 2, jarak serat yang ditinjau ke garis netral adalah 0, karena serat 2 berimpit dengan garis netral. Momen inersia digunakan, bila penampang balok adalah segi empat maka $I_x = \frac{1}{12} \cdot b \cdot h^3$. Tetapi apabila penampang balok adalah

rangkaian dari 2 atau lebih segi empat dimaksud maka momen inersia yang digunakan adalah I_x' dimana $I_x' = I_x + C_2$. A, dalam hal ini I_x adalah momen inersia masing-masing penampang segi empat, A adalah luas masing-masing penampang sedangkan c adalah jarak titik berat masing-masing segi empat ke titik berat penampang adalah arah y atau ke sumbu x' . Tanda tegangan lentur sesuai dengan sifat serat. Bila serat tertarik maka tegangan lentur bernotasi positif (+), sebaliknya bila serat tertekan, tegangan lentur bernotasi negatif (-). Beban yang bekerja pada struktur, baik yang berupa gravitasi (berarah vertikal) maupun beban-beban lain, seperti beban angin (dapat berarah horizontal), atau juga beban karena susut & beban karena perubahan temperatur, menyebabkan adanya lentur. Lentur pada balok merupakan akibat dari adanya regangan yang timbul karena adanya beban luar.

Apabila suatu gelagar balok bentang sederhana menahan beban yang mengakibatkan timbulnya momen lentur, akan terjadi deformasi lentur di dalam balok tersebut pada kejadian momen lentur positif, tegangan tekan akan terjadi di bagian atas & tegangan tarik terjadi di bagian bawah dari penampang. Tegangan-tegangan tersebut harus ditahan oleh balok, yaitu tegangan tekan di sebelah atas & tegangan tarik di sebelah bawah. Jika beban bertambah, maka pada balok terjadi deformasi & tegangan tambahan yang mengakibatkan bertambahnya retak lentur pada balok. Bila beban semakin bertambah, pada akhirnya terjadi keruntuhan elemen struktur, yaitu pada saat beban luarnya mencapai kapasitas elemen. Karena itu penampangnya harus didesain sedemikian rupa sehingga tidak terjadi retak berlebihan pada saat beban bekerja serta masih memiliki kekuatan cadangan untuk menahan beban & tegangan tanpa mengalami keruntuhan, untuk memperhitungkan kemampuan & kapasitas dukung komponen struktur beton terlentur (balok, plat, dinding & sebagainya), sifat utama bahwa bahan beton kurang mampu menahan tegangan tarik akan menjadi dasar pertimbangan. Apabila bebannya bertambah, maka pada balok terjadi deformasi & regangan tambahan yang mengakibatkan timbulnya (atau bertambahnya) retak lentur di sepanjang balok. Tegangan-tegangan lentur merupakan hasil dari momen lentur luar. Tegangan ini hampir selalu menentukan dimensi geometris penampang beton bertulang.

Proses desain yang mencakup pemilihan & analisis penampang biasanya dimulai dengan pemenuhan persyaratan terhadap lentur. Pada saat beton struktur bekerja menahan beban-beban yang dipikulnya, balok beton akan tegangan-tegangan pada badannya. Salah satu tegangan yang terjadi adalah tegangan tarik akibat lenturan dari pada serat tepi bawah pada balok dengan tumpuan sederhana. Hampir semua balok yang langsing mengalami tegangan akibat lentur. Kekuatan lentur merupakan kekuatan beton dalam menahan lentur yang umumnya terjadi pada balok struktur. Kuat lentur dapat diteliti dengan membebani balok pada tengah-tengah bentang atau pada tiap 1/3 bentang dengan beban titik. Beban ditingkatkan sampai kondisi balok mengalami keruntuhan lentur, di mana retak utama yang terjadi terletak pada sekitar tengah-tengah bentang.

Besarnya momen akibat gaya pada saat runtuh ini merupakan kekuatan maksimal balok beton dalam menahan lentur. Benda uji untuk pengujian kuat lentur beton mempunyai dimensi standar lebar 15 cm, tebal 15 cm, panjang 53 cm. Secara matematis kuat lentur beton dihitung dengan persamaan metode pengujian kuat lentur normal dengan 2 titik pembebanan (SNI 03-4431-1997). Berikut dibawah ini adalah contoh soal mengenai tegangan lentur:

Soal:

Sebuah balok kayu dengan panjang 4 meter dan penampang berbentuk persegi dengan sisi 10 cm digunakan sebagai balok jembatan. Balok ini didukung di kedua ujungnya & ditengah-tengahnya terdapat beban terpusat sebesar 2000 N. Hitunglah tegangan lentur maksimum yang terjadi pada balok tersebut.

Penyelesaian:

Langkah pertama dalam menyelesaikan masalah ini adalah menghitung momen lentur maksimum (M) yang terjadi pada balok. Momen lentur maksimum terjadi tepat di bawah titik di mana beban terpusat diletakkan.

$$M = \frac{F.L}{4}$$

Dimana:

F = Gaya beban terpusat (2000 N)

L = Panjang balok (4 meter = 400 cm, karena satuan harus seragam)

$$M = \frac{2000 \cdot 400}{4} = 200.000 \text{ Ncm}$$

Langkah kedua adalah menghitung momen inersia (I) penampang balok. Karena penampangnya berbentuk persegi, rumusnya adalah:

$$I = \frac{b \cdot h^3}{12}$$

dimana b & h adalah lebar & tinggi penampang balok, yang dalam kasus ini sama, yaitu 10 cm.

$$I = \frac{10 \cdot 10^3}{12} = \frac{10000}{12} = 833,33 \text{ cm}^4$$

Langkah terakhir adalah menghitung tegangan lentur maksimum σ menggunakan rumus:

$$\sigma = \frac{M \cdot c}{I}$$

dimana c adalah jarak dari sumbu netral ke tepi luar penampang, yang dalam kasus ini adalah 1/2 dari tinggi balok (5 cm).

$$\sigma = \frac{200000 \cdot 5}{833,33} = \frac{1000000}{833,33} = 1200 \text{ N/cm}^2$$

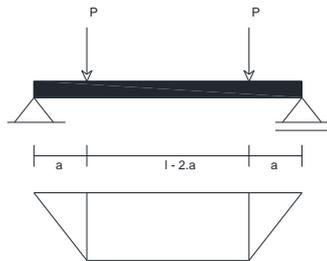
Penyelesaian:

Tegangan lentur maksimum yang terjadi pada balok adalah 1200 N/cm².

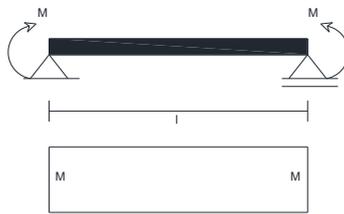
C. TEGANGAN DAN REGANGAN BALOK AKIBAT LENTUR MURNI

Balok adalah batang yang dominan memikul beban-beban yang bekerja arah transversal. Akibat beban, balok akan mendalami deformasi yang berupa lengkungan atau lenturan yang menimbulkan regangan & tegangan. Dalam pembahasan akan dibatasi terlebih dahulu bahwa balok hanya menerima

lentur murni (*pure bending*), batang lurus & prismatis. Lentur murni terjadi pada balok dengan momen lentur konstan ($dM/dx=0$) & tanpa gaya normal.



Gambar 2.3 Lentur Murni Bagian Tengah Balok

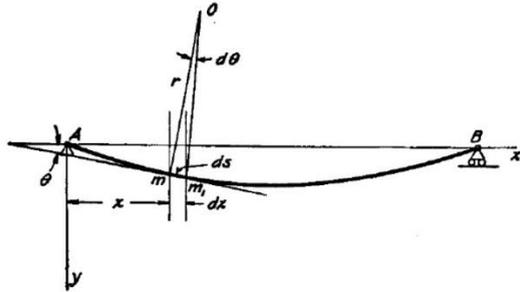


Gambar 2.4 Lentur Murni Sepanjang Balok

Sekarang ditinjau sebuah balok yang dibebani momen lentur pada kedua ujungnya (lihat Gambar 2.3 & Gambar 2.4). Mula-mula sumbu memanjang balok berimpit dengan sumbu x . Setelah diberi momen-momen ini, balok akan melendut ke bawah sumbu x melalui balok sebelah kiri & positif arahnya ke bawah. Untuk pembahasan selanjutnya, penampang balok dianggap bersifat simetri terhadap sumbu y & momen bekerja pada bidang xy , sehingga kelengkungan balok hanya terjadi pada bidang xy saja. Tinjaulah 2 buah titik k & m dengan jarak antara keduanya sangat kecil yaitu dx . Titik k berjarak x & ujung kiri balok (sumbu y). Jika pada bidang xy dibuat garis normal (garis yang memotong batang dengan arah tegak lurus sumbunya) yang masing-masing melalui titik k & m , maka kedua garis ini akan sejajar.

Setelah balok dibebani lentur M , perpanjangan kedua garis normal ini tidak lagi sejajar tetapi akan bertemu di suatu titik O yang disebut sebagai pusat kelengkungan. Jarak dari titik O ke sumbu batang yang melendut disebut jari-

jari kelengkungan p . Dalam kenyataan di lapangan, kelengkungan balok ini sangat kecil, atau sudut θ sangat kecil (lihat Gambar 2.5).



Gambar 2.5 Lenturan Pada Sebuah Balok

Jika ukuran balok arah lateral relatif kecil dibandingkan dengan panjang balok, maka ada beberapa asumsi yang sering digunakan, antara lain:

- Bidang normal akan tetap rata baik sebelum maupun setelah balok mengalami deformasi;
- Deformasi lateral akibat tegangan normal diabaikan;
- Deformasi akibat geser diabaikan.

D. REGANGAN NORMAL

Konsep paling dasar dalam mekanika bahan adalah tegangan dan regangan. Konsep ini dapat digambarkan dalam bentuk yang paling mendasar dengan meninjau sebuah batang prismatis yang mengalami gaya aksial. Batang prismatis adalah sebuah elemen struktural lurus yang mempunyai penampang konstan di seluruh panjangnya, serta gaya aksial adalah beban yang mempunyai arah sama dengan sumbu elemen, sehingga mengakibatkan terjadinya tarik atau tekan pada batang. Contoh-contohnya diperlihatkan dalam Gambar 2.6, di mana batang penderek tarik (*tow bar*) merupakan sebuah elemen prismatis yang mengalami tarik & batang roda untuk pendaratan adalah elemen yang mengalami tekan.

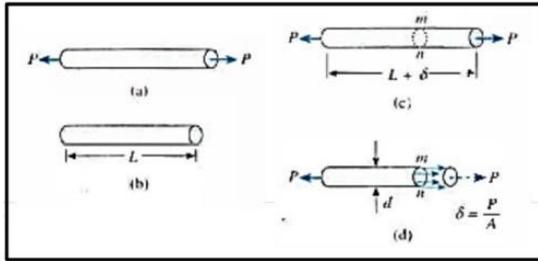
Adapun contoh yang lainnya adalah elemen di rangka batang pada jembatan, batang-batang penghubung pada mesin mobil & sepeda, kolom di gedung, serta flens tarik di pesawat terbang kecil. Untuk keperluan pembahasan, kita akan meninjau batang penderek dalam Gambar 2.6 & mengisolasi salah satu segmennya sebagai benda bebas (Gambar 2.7.a).

Sewaktu menggambar diagram benda bebas ini, kita abaikan berat batang & kita asumsikan bahwa gaya yang aktif hanyalah gaya aksial P di ujung-ujungnya. Selanjutnya kita tinjau 2 kondisi batang tersebut, yang pertama sebelum beban diterapkan (Gambar 2.7.b) & yang kedua sesudah beban diterapkan (Gambar 2.7.c). Perhatikan bahwa panjang semula dari batang ditunjukkan dengan huruf L & pertambahan panjangnya ditunjukkan dengan huruf Yunani (δ)



Gambar 2.6 Elemen struktur yang mengalami beban aksial (batang penderek, mengalami tarik & batang roda pendaratan mengalami tekan)

Tegangan internal di batang akan terlihat apabila kita membuat sebuah potongan imajiner melalui batang pada bagian mn (Gambar 2.7.c). Karena potongan ini diambil tegak lurus sumbu longitudinal batang, maka disebut potongan melintang (penampang). Sekarang kita isolasi bagian dari batang di kiri potongan melintang sebagai benda bebas (Gambar 2.7.d). Di ujung kanan dari benda bebas ini ditunjukkan aksi yang diberikan oleh bagian yang dihilangkan dari batang tersebut (yaitu bagian di kanan potongan) terhadap bagian sisanya. Aksi ini terdiri atas gaya terdistribusi kontinu yang bekerja pada seluruh penampang. Intensitas gaya (yaitu gaya per satuan luas) disebut tegangan & diberi notasi huruf Yunani (σ). Jadi, gaya aksial P yang bekerja di penampang adalah resultan dari tegangan yang terdistribusi kontinu (gaya resultan ditunjukkan dengan garis putus-putus di dalam Gambar 2.7.d.).



Gambar 2.7 Batang prismatis yang mengalami tarik, (a) diagram benda bebas dari segmen, (b) segmen sebelum batang dibebani, (c) segmen batang sesudah dibebani, (d) segmen normal pada batang.

Dengan mengasumsikan bahwa tegangan terbagi rata di seluruh potongan *mn* (Gambar 2.7.d), kita dapat melihat bahwa resultannya harus sama dengan intensitas dikalikan dengan luas penampang *A* dari batang tersebut. Dengan demikian, kita mendapatkan rumus berikut untuk menyatakan besar tegangan:

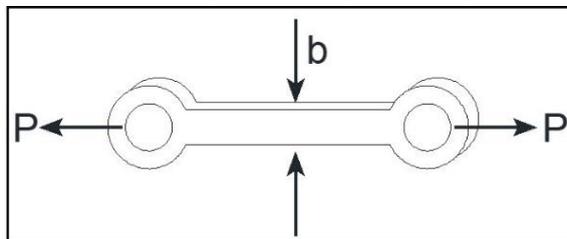
$$\sigma = \frac{P}{A} \dots\dots\dots (2.2)$$

Persamaan ini memberikan intensitas tegangan merata pada batang prismatis yang dibebani secara aksial dengan penampang sembarang. Apabila batang ini ditarik dengan gaya *P*, maka tegangannya adalah tegangan tarik (*tensile stress*); apabila gayanya memiliki arah sebaliknya, sehingga menyebabkan batang tersebut mengalami tekan, maka terjadi tegangan tekan (*compressive stress*). Karena tegangan ini mempunyai arah yang tegak lurus permukaan potongan, maka tegangan ini disebut tegangan normal (*normal stress*). Jadi, tegangan normal dapat berupa tarik atau tekan.

Selanjutnya, kita akan menjumpai jenis tegangan lainnya, yang disebut tegangan geser, yang bekerja sejajar terhadap permukaan potongan. Apabila konvensi tanda untuk tegangan normal dibutuhkan, biasanya tegangan tarik didefinisikan bertanda positif & tegangan tekan bertanda negatif. Karena tegangan normal diperoleh dengan membagi gaya aksial dengan luas penampang, maka satuannya adalah gaya persatuan luas. Jika satuan *US Customary System* (USCS) digunakan, maka tegangan biasanya dinyatakan dalam *pound/inci kuadrat (psi)* atau *kip/inci kuadrat (ksi)*. Sebagai contoh, misalkan batang dalam Gambar 2.7.

$$\sigma = \frac{P}{A} = \frac{P}{\pi \cdot d^2 / 4} = \frac{6.k}{\pi \cdot (2,0 \text{ in.})^2 / 4} = 1,91 \text{ ksi (atau 1910 psi)} \dots(2.3)$$

Memiliki diameter (d) sebesar $2,0 \text{ inchi}$ & beban (P) memiliki nilai sebesar 6 kips . Dengan demikian, tegangan di batang dalam contoh ini adalah tegangan tarik & bertanda positif. Apabila satuan SI digunakan, gaya dinyatakan dalam *newton* (N) & luas dalam meter kuadrat (m^2). Dengan demikian, tegangan mempunyai satuan *newton/meter kuadrat* (N/m^2), yang disebut juga *pascal* (Pa). Akan tetapi, *pascal* adalah satuan yang sedemikian kecilnya sehingga dibutuhkan pengali yang besar, maka biasanya digunakan *mega pascal* (MPa). Untuk mengilustrasikan bahwa satu *pascal* memang kecil, kita hanya perlu mengingat bahwa 1 psi kira-kira sama dengan 7000 *pascal*. Sebagai contoh numerik, tegangan yang dibahas dalam paragraf sebelum ini (1,91 ksi) ekuivalen dengan 13,2 MPa yang sama dengan $13,2 \times \text{pascal}$.



Gambar 2.8 Batang Pendel Baja yang Mengalami Beban Tarik (P)

Sebagai petunjuk praktis, rumus $= P/A$ dapat digunakan dengan ketelitian yang baik untuk sembarang titik di dalam batang prismatis, yaitu setidaknya sejauh mungkin dari konsentrasi tegangan sebagai dimensi lateral terbesar dari batang tersebut. Dengan perkataan lain, distribusi tegangan di dalam Gambar 2.7.d terbagi rata pada jarak (d) atau lebih besar dari ujung-ujungnya, dimana d adalah diameter batang & distribusi tegangan di batang pendel (Gambar 2.8) terbagi rata pada jarak b atau lebih besar dari ujung yang diperbesar, dengan b adalah lebar batang.

E. TEGANGAN NORMAL

Sebagaimana telah diamati, suatu batang lurus akan mengalami perubahan panjang apabila dibebani secara aksial, yaitu menjadi panjang jika mengalami tarik & menjadi pendek jika mengalami tekan. Sebagai contoh, tinjau kembali batang prismatis dalam Gambar 2.7. Perpanjangan dari batang ini (Gambar 2.7.c) adalah hasil kumulatif dari perpanjangan semua elemen bahan di seluruh volume batang. Asumsikan bahwa bahan tersebut sama

dimana pun di dalam batang. Selanjutnya, jika kita meninjau setengah bagian dari batang (panjangnya $L/2$), bagian ini akan memiliki perpanjangan yang sama dengan $/2$, & jika kita meninjau $1/4$ bagian dari batang, bagian ini akan memiliki perpanjangan yang sama dengan $1/4$.

Dengan cara yang sama, satu satuan panjang dari batang tersebut akan mempunyai perpanjangan yang sama dengan $1/L$ kali perpanjangan total. Dengan proses ini kita akan sampai pada konsep perpanjangan/satuan panjang, atau regangan, yang diberi notasi huruf Yunani (*epsilon*) & dihitung dengan persamaan jika batang tersebut mengalami tarik, maka regangannya disebut regangan tarik, yang menunjukkan perpanjangan bahan. Jika batang tersebut mengalami tekan, maka regangannya adalah regangan tekan & batang tersebut memendek. Regangan tarik biasanya bertanda positif & regangan tekan bertanda negatif. Regangan disebut regangan normal karena regangan ini berkaitan dengan tegangan normal. Karena merupakan rasio antara 2 panjang, maka regangan normal ini merupakan besaran tak berdimensi, artinya regangan tidak memiliki satuan. Dengan demikian, regangan dinyatakan hanya dengan suatu bilangan, tidak bergantung pada sistem satuan apapun. Harga numerik dari regangan biasanya sangat kecil karena batang yang terbuat dari bahan struktural hanya mengalami perubahan panjang yang kecil apabila dibebani. Sebagai contoh, tinjau batang baja yang mempunyai panjang L sama dengan 2,0 m. Apabila dibebani tarik yang cukup besar, batang tersebut dapat memanjang sebesar 1,4 mm, yang berarti regangannya:

$$\epsilon = \frac{\delta}{L} = \frac{1,4 \text{ mm}}{2,0 \text{ m}} = 0,0007 = 700 \times 10^{-6} \dots\dots\dots (2.3)$$

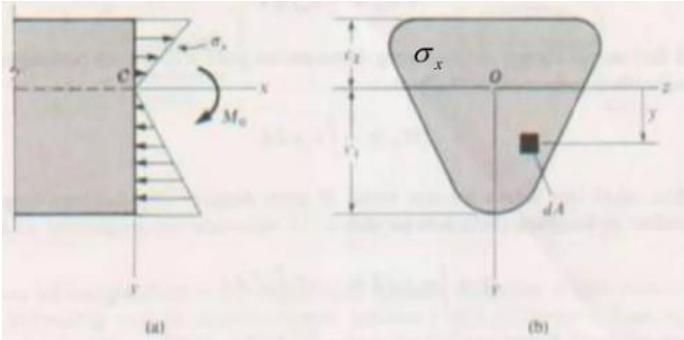
Dalam praktek, satuan δ & L kadang-kadang disertakan dalam regangan, & regangan ditulis dalam bentuk seperti mm/m , $\mu m/m$, & $in./in$. Sebagai contoh, regangan ϵ pada ilustrasi diatas dapat ditulis $700 \mu m/m$ atau $700 \times 10^{-6} in./in$. Kadang – kadang regangan juga dinyatakan dalam %. Khususnya jika regangan tersebut besar. (Di dalam contoh diatas regangan adalah 0,07%).

Suatu tegangan σ_x , bekerja dalam arah normal terhadap penampang sebuah balok dari regangan normal ϵ_x . Tiap serat longitudinal dari sebuah balok hanya dikenakan beban Tarik & tekan (yaitu, serat-serat dalam tegangan uniaksial). Sehingga diagram tegangan-tegangan bahan akan memberikan hubungan sebanding antara (σ_x) & (ϵ_x). Jika bahannya elastis dengan suatu

diagram tegangan-tegangan linier, maka dapat digunakan Hukum Hooke untuk tegangan uniaksial ($\sigma = E\varepsilon$) & diperoleh:

$$\sigma_x = E \varepsilon_x = -E\kappa y \dots\dots\dots (2.4)$$

Jadi, tegangan normal yang bekerja pada penampang berubah secara linier terhadap jarak y dari permukaan netral. Jenis distribusi tegangan ini digambarkan pada Gambar 2.9, yaitu tegangan relatif (tekan) dibawah permukaan netral apabila kopel M_o bekerja dalam arah yang ditunjukkan. Kopel ini menghasilkan suatu kelengkungan positif K dalam balok, meskipun menyatakan suatu momen lentur negatif M .



Gambar 2.9 Penyebaran Tegangan Normal Pada Sebuah Balok dari Bahan Elastis Linier

Tegangan normal pada suatu balok digambarkan oleh persamaan berikut:

$$\sigma = \frac{M_y}{I} \dots\dots\dots (2.5)$$

Dimana:

- σ : Tegangan normal;
- M : Momen lentur pada penampang;
- y : Jarak dari sumbu netral ke tegangan normal;
- I : Momen inersia.

Pada *fiber* terluar balok nilai koordinat y dinotasikan dengan *symbol* c , sehingga tegangan normal maksimumnya menjadi:

$$\sigma_{maks} = \frac{M_c}{I} \text{ atau } \sigma_{maks} = \frac{M_c}{I/c} \dots\dots\dots (2.6)$$

I / c disebut modulus penampang yang umumnya dinotasikan dengan *symbol* Z . Sehingga tegangan lentur maksimum digambarkan oleh persamaan:

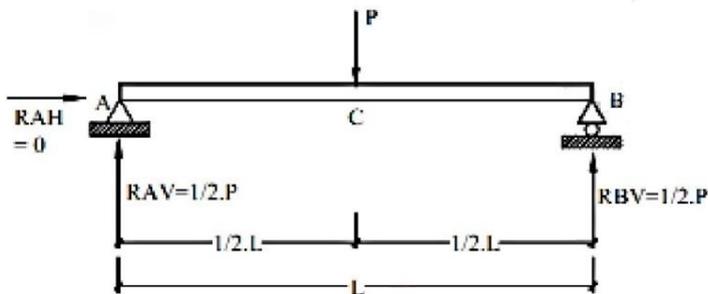
$$\sigma_{\text{maks}} = \frac{M}{Z} \dots\dots\dots (2.7)$$

Tegangan normal terjadi bila balok menerima gaya dalam normal & merupakan gaya normal/satuan luas penampang:

$$\sigma_N = \frac{\text{gaya normal}}{\text{luas penampang}} \dots\dots\dots (2.8)$$

$$\sigma_N = \frac{N}{A} \left(\frac{kg}{cm^2} \right) \dots\dots\dots (2.9)$$

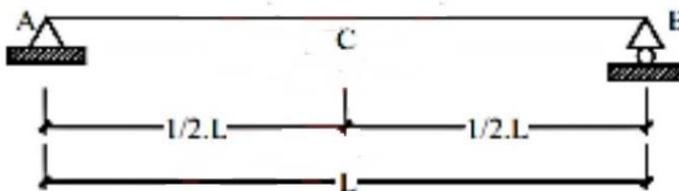
Bila suatu balok mengalami gaya tekan, maka balok akan terjadi tegangan normal tekan (negatif) & bila suatu balok mengalami gaya tarik maka balok akan mengalami tegangan normal tarik (positif).

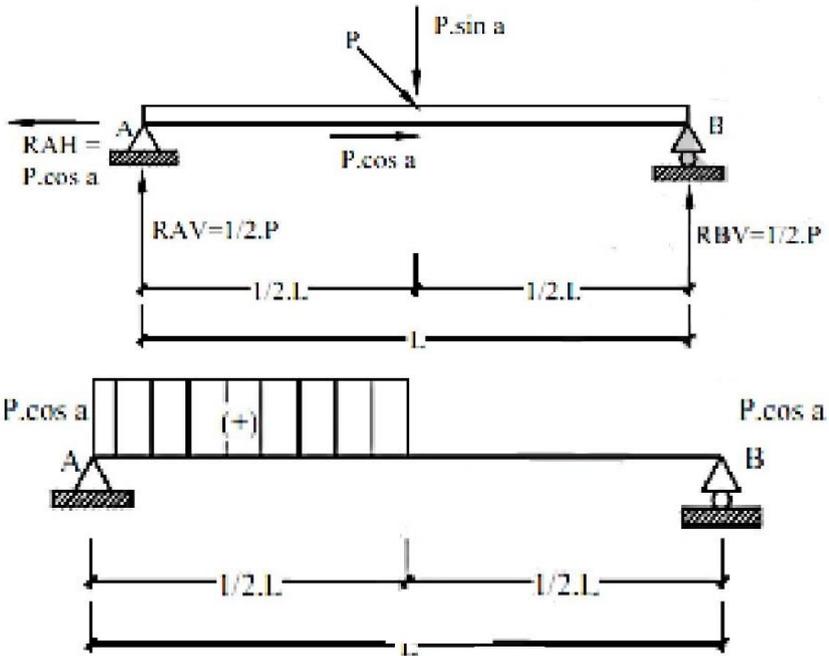


Bidang Normal (N)

Tidak mengalami gaya dalam normal

Karena $RAH = 0$





Gambar 2.10 Gaya Normal Balok

Perletakan sendi mengalami gaya horizontal & *vertical*. Sedangkan rol tidak mengalami gaya horizontal, hanya mengalami gaya vertikal saja. Persamaan yang digunakan adalah menggunakan metode kesetimbangan yaitu:

$$\Sigma H = 0 \rightarrow R_H = P_H \text{ atau } R_H = P \cdot \cos \alpha$$

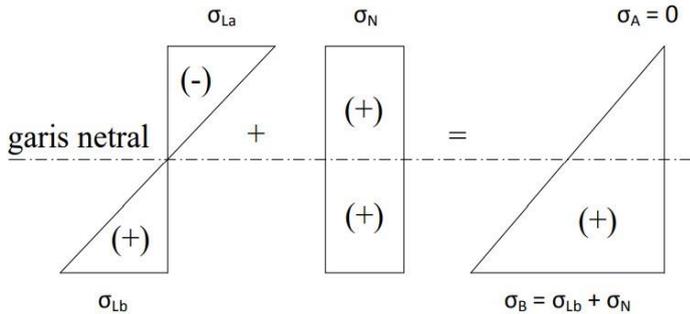
Jadi:

$$\sigma_N = \frac{P \cdot \cos \alpha}{A} \left(\frac{kg}{cm^2} \right) \dots \dots \dots (2.10)$$

F. TEGANGAN KOMBINASI

Tegangan kombinasi bila pada balok tersebut bekerja gaya momen & gaya dalam normal. Kombinasi yang adalah:

$$\sigma_{La} = \sigma_{Lb} + \sigma_N$$

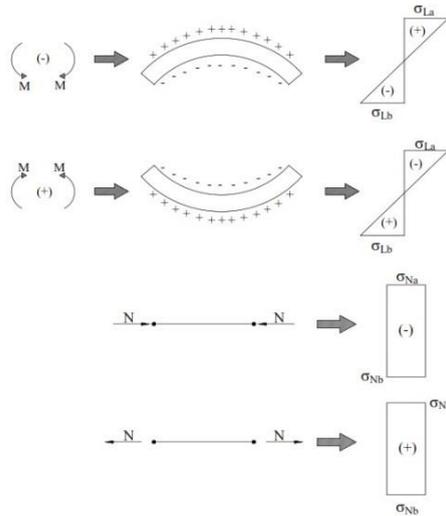


Gambar 2.11

Kombinasi – kombinasi tegangan dapat terjadi dengan memperhatikan tegangan normal (σ_N) yang terjadi apakah positif atau negatif. Dan bisa pula memperhatikan pada tegangan lentur serat tertekan (-) atau tertarik (+).

Perjanjian tanda:

- Momen positif → serat atas tertekan → mengalami tegangan lentur negatif (σ_{La} = negatif)
- Momen positif → serat bawah tertarik → mengalami tegangan lentur positif (σ_{Lb} = positif)
- Momen negatif → serat atas tertarik → mengalami tegangan lentur positif (σ_{La} = positif)
- Momen negatif → serat bawah tertekan → mengalami tegangan lentur negatif (σ_{Lb} = negatif)



Gambar 2.12

Langkah-Langkah menganalisis Tegangan Kombinasi adalah sebagai berikut:

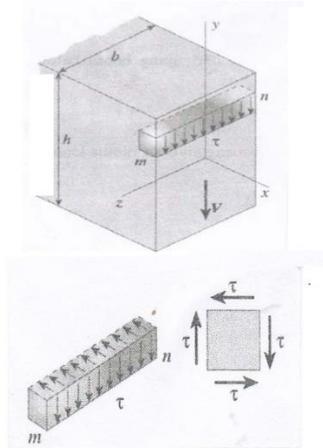
- Mencari reaksi perletakkan;
- Mencari momen pada titik yang dicari;
- Mencari gaya normal pada titik yang dicari;
- Mencari titik berat penampang;
- Mencari momen inersia $x (I_x)$ penampang;
- Mencari tegangan lentur pada titik yang dicari $\rightarrow \sigma_L = \frac{M \cdot y}{I_x}$
- Mencari tegangan normal pada titik yang dicari $\rightarrow \sigma_N = \frac{N}{A}$
- Mencari tegangan kombinasi dari penjumlahan tegangan lentur dan tegangan normal pada titik yang dicari.

G. TEGANGAN GESER

Tegangan geser berbeda dengan tegangan tarik dan tekan karena tegangan geser ditimbulkan oleh gaya yang bekerja sejajar atau searah dengan bidang penahan gaya, sedangkan tegangan tarik dan tekan ditimbulkan oleh gaya yang tegak lurus terhadap luas bidang penahan gaya. Oleh karena itu, tegangan geser dapat juga disebut tegangan tangensial, sedangkan tegangan Tarik dan tekan disebut tegangan normal. Tegangan geser terjadi apabila

beban terpasang menyebabkan salah satu penampang benda cenderung menggelincirkan pada penampang yang bersinggungan. Apabila sebuah balok dikenakan pelenturan tak merata, maka momen lentur M dan gaya lintang V kedua-duanya bekerja pada penampang.

Tegangan normal yang berhubungan dengan momen-momen lentur diperoleh dari rumus lentur. Kasus sederhana dari sebuah balok berpenampang empat persegi Panjang yang lebarnya b dan tingginya h (Gambar 2.13), dapat dimisalkan bahwa tegangan geser T bekerja sejajar dengan gaya lintang V , dimisalkan juga bahwa distribusi tegangan geser sama rata sepanjang arah lebar balok. Kedua penjelasan ini akan memungkinkan untuk menentukan secara lengkap distribusi tegangan geser yang bekerja pada penampang. Tegangan geser terjadi jika suatu konstruksi mengalami gaya lintang atau gaya geser. Tegangan geser adalah tegangan yang berbanding dengan gaya lintang yang ditinjau dikalikan dengan statis momen yang ditinjau dan berbanding terbalik dengan lebar serat penampang yang ditinjau dengan momen inersia sumbu x penampang yang ditinjau.



Gambar 2.13 Tegangan – tegangan geser dalam sebuah balok berpenampang segi empat persegi panjang

Tegangan geser pada semua *fiber* dengan jarak y_0 dari sumbu netral diberikan dengan formula:

$$\tau = \frac{V}{I_b} \int_{y_0}^c y da \dots\dots\dots (2.11)$$

Dimana,

τ = tegangan geser

b = lebar penampang balok

y_d = momen area pertama

V = gaya geser

I = momen area kedua

$$T = \frac{D.S}{b.I_x} \dots\dots\dots (2.12)$$

Dimana:

τ = tegangan geser (kg/cm²)

D = gaya lintang yang ditinjau (kg)

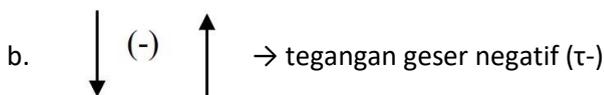
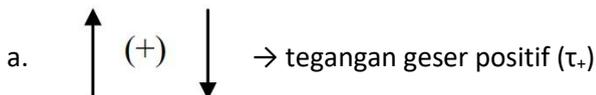
S = statis momen bidang yang ditinjau yaitu bidang atas atau bawah dari serat yang dimaksud (cm³)

B = lebar serat yang ditinjau (cm)

I_x = momen inersia penampang arah x (cm⁴)

Perjanjian tanda:

Jika gaya lintang berupa:



Langkah-Langkah menganalisis tegangan geser adalah sebagai berikut:

- Mencari reaksi perletakkan;
- Mencari gaya lintang pada potongan yang dicari;
- Mencari titik berat penampang;
- Mencari momen inersia arah x (I_x) penampang;
- Menentukan lebar serat yang ditinjau;
- Mencari statis momen bidang atas atau bawah dari serat yang ditinjau terhadap garis netral.

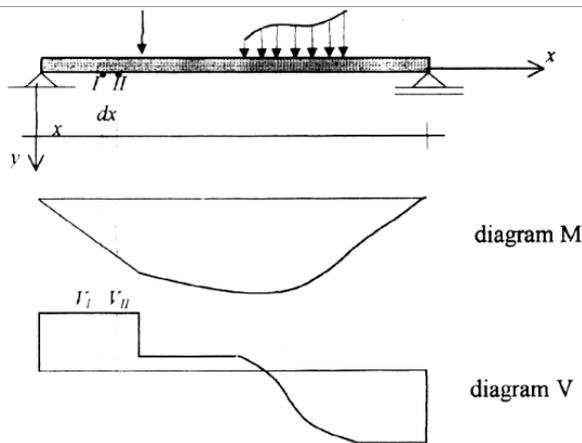
Pemilihan statis momen bidang atas atau bawah dari serat yang ditinjau dipilih bentuk sederhana yaitu bentuk segi empat.

Mencari tegangan geser pada potongan yang dicari →

$$\tau = \frac{D.S}{b.I_x}$$

g. Dari tegangan geser pada *point* (g), diagram tegangan geser 44igambar.

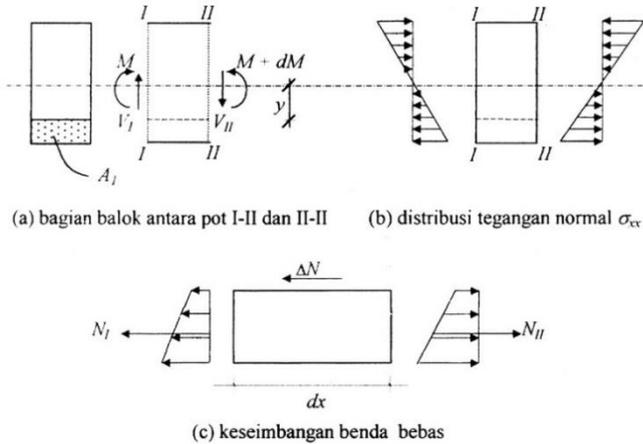
Berikut ini akan dibahas mengenai tegangan geser pada batang yang mengalami lentur yang tidak merata akibat adanya gaya lintang. Sebagai contoh sederhana, ditinjau sebuah balok seperti diperlihatkan pada Gambar 2.14 yang menerima lentur dan gaya lintang pada bidang *xy*.



Gambar 2.14 Balok yang Dibebani Lentur dan Gaya Lintang

Sekarang tinjaulah dua potongan I dan II yang berjarak dx pada balok tersebut. Tegangan normal σ_{xx} yang diakibatkan adanya momen lentur pada kedua potongan tersebut diperlihatkan pada Gambar 2.15. Selanjutnya hanya ditinjau luasan terarsir A_1 yang merupakan Sebagian dan luas penampang seluruhnya.

Benda bebas (*free body*) bagian ini diperlihatkan pada Gambar 2.15.(c). Akibat momen lentur potongan sebelah kiri (potongan I – I) dan sebelah kanan (potongan II – II) terdapat gaya normal yang masing-masing besarnya N_I dan N_{II} .



Gambar 2.15 Gaya Geser Akibat Lentur Pada Balok

Gaya normal pada penampang A, dapat dilihat pada rumus dibawah ini:

$$\begin{aligned}
 N_I &= \int_0^{A_1} \sigma_{xx} dA \\
 &= \int_0^{A_1} \frac{M \cdot y}{I_{zz}} dA \\
 N_I &= \frac{M_I \cdot S}{I_{zz}} \dots\dots\dots (2.13)
 \end{aligned}$$

Dengan S: momen statis penampang yang ditinjau A_1 terhadap garis netral penampang total. Dengan cara yang sama diperoleh gaya normal pada potongan II – II sebesar:

$$N_{II} = \frac{M_{II} \cdot S}{I_{zz}} \dots\dots\dots (2.14)$$

Jika besarnya momen pada potongan I adalah M dan pada potongan II adalah M +dM, maka persamaan (2.14) dapat juga ditulis.

$$N_{II} = \frac{(M + dM) \cdot S}{I_{zz}} \dots\dots\dots (2.15)$$

Oleh karena N_I tidak sama dengan N_{II} , maka harus ada gaya lain agar benda bebas tersebut dalam kondisi seimbang terhadap gaya-gaya horizontal. Sehingga pada bidang batas timbul gaya geser ΔN yang besarnya:

$$\begin{aligned}
 \Delta N &= N_{II} - N_I \\
 &= \frac{(M + dM - M) \cdot S}{I_z} \\
 &= \frac{dM \cdot S}{I_z} \\
 \Delta N &= \frac{V \cdot dx \cdot S}{I_z} \dots\dots\dots (2.16)
 \end{aligned}$$

Sehingga, pada bidang batas tersebut terjadi tegangan geser sebesar:

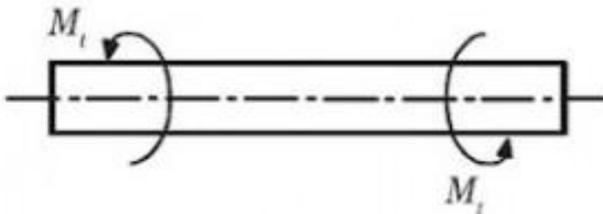
$$\begin{aligned}
 \tau(y) &= \frac{V \cdot dx \cdot S}{b \cdot dx \cdot I_z} \\
 \tau(y) &= \frac{V \cdot S}{b(y) \cdot I_z} \dots\dots\dots (2.17)
 \end{aligned}$$

Oleh karena tegangan geser pada suatu potongan pada balok tergantung pada momen statis S, maka dapat ditarik beberapa kesimpulan antara lain:

- Tegangan geser pada tepi atas dan bawah sama dengan nol;
- Pada penampang tertentu tegangan geser maksimum terjadi jika S juga maksimum, hal ini terjadi pada garis netral penampang.

H. TEGANGAN PUNTIR

Tegangan puntir merupakan tegangan yang diakibatkan oleh gaya putar. Tegangan puntir sering terjadi pada poros roda gigi dan batang torsi pada mobil, juga saat melakukan pengeboran. Jadi, merupakan tegangan tangensial.



Gambar 2.16 Tegangan Puntir

$$\tau = W_p / M_t \dots\dots\dots (2.18)$$

Dimana:

M_t = Momen puntir (torsi)

W_p = Momen tahanan polar (pada puntir)

$$\tau = \frac{G \cdot \theta \cdot r}{l} = \frac{T \cdot r}{I} \dots\dots\dots (2.19)$$

Dimana:

G = Modulus rigiditas

θ = Sudut puntir

r = Jari-jari

l = Panjang

I = Momen inersia

I. PUNTIRAN POROS BERPENAMPANG LINGKARAN

Akibat puntiran murni pada poros berpenampang lingkaran adalah timbulnya tegangan geser murni dalam bahan. Bila poros dibagi menjadi dua bagian oleh bidang transversal khayal, akan terlihat bahwa permukaan-permukaan pada kedua pihak dari bidang ini cenderung berputar, relatif yang dianggap terdiri dari lapisan-lapisan tipis transversal yang jumlahnya tak terhingga, masing-masing relatif berputar sedikit terhadap lapisan berikutnya bila torsi diberikan, akibatnya poros akan terpuntir. Pergerakan angular salah satu ujung relatif terhadap yang lain disebut sudut puntiran. Tegangan puntir disebabkan oleh momen puntir yang bekerja pada penampang batang. Dalam menganalisis tegangan puntir, momen torsi yang biasanya dinyatakan dalam vektor rotasi diubah menjadi vektor translasi dengan menggunakan aturan tangan kanan. Lipatan jari tangan menunjukkan arah vektor rotasi dan jari jempol menunjukkan vektor translasi. Seperti halnya gaya aksial, tegangan puntir muncul (momen puntir ada) bila batang tersebut dipotong. Metode irisan tetap digunakan untuk mendapatkan momen puntir dalam, sehingga tegangan puntir dapat dicari.

J. PUNTIRAN PADA KAWAT BAJA

Tali/kawat baja sering dipakai pada mesin-mesin pengangkat sebagai salah satu perangkat mesin pemindah bahan. Dibandingkan dengan rantai, tali baja mempunyai keunggulan sebagai berikut:

- a. Lebih ringan;
- b. Lebih tahan terhadap sentakan;
- c. Operasi yang tenang walaupun pada kecepatan operasi yang tinggi;
- d. $\sigma_b = 130$ sampai 200 kg/mm^2

K. MENGENAL DASAR PUNTIRAN

Ketika sebuah poros menerima suatu puntiran, maka setiap bagian adalah dalam keadaan geser. Poros akan terpuntir dan resultan tegangan geser dari regangan ini akan menghasilkan suatu momen tahanan (*moment of resistance*), sama besar dan berlawanan arah dengan torsi yang diaplikasikan. Regangan geser berbanding langsung dengan radius dan karenanya mengikuti hukum Hooke. Tegangan juga berbanding langsung dengan radius.



TRASE KABEL

A. STRUKTUR KABEL

Struktur kabel pada beton prategang merujuk kepada sistem dimana kabel atau tendon digunakan untuk memberikan tekanan prategang kepada beton. Dalam konteks beton prategang, "prategang" berarti penerapan gaya tarik pada material sebelum struktur tersebut mengalami beban yang sebenarnya. Hal ini dilakukan untuk meningkatkan kemampuan struktur dalam menahan beban yang diterapkannya, mengurangi retak, & meningkatkan durabilitas.

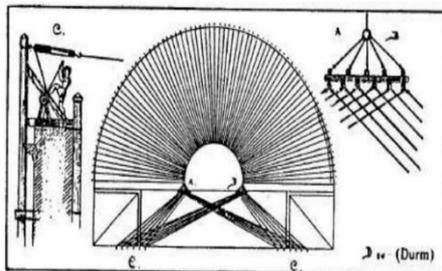
1. Pengertian

Struktur kabel adalah sebuah sistem struktur yang bekerja berdasarkan prinsip gaya tarik terdiri atas kabel baja, sendi, batang dan sebagainya yang menyanggah sebuah penutup yang menjamin tertutupnya sebuah bangunan. Struktur kabel dan jaringan dapat juga dinamakan struktur tarik & tekan, karena pada kabel-kabel hanya dilimpahkan gaya-gaya tarik, sedangkan kepada tiang-tiang pendukungnya hanya dilimpahkan gaya tekan.

2. Sejarah

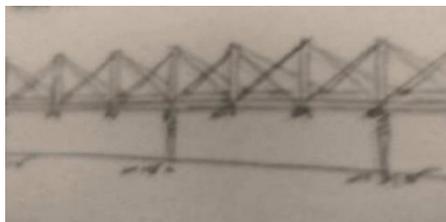
Banyak bangunan yang menggunakan struktur *funicular*. Kita tinjau struktur tarik dahulu, sebagai contoh, jembatan gantung yang semula dikembangkan di Cina, India, & Amerika Selatan adalah struktur *funicular* tarik. Ada struktur jembatan kuno yang menggunakan tali, ada juga yang

menggunakan bambu. Di Cina ada jembatan yang menggunakan rantai, yang dibangun pada sekitar abad pertama sebelum masehi. Struktur kabel juga banyak digunakan pada gedung misalnya struktur kabel yang menggunakan tali. Struktur ini digunakan sebagai atap amfiteater romawi yang dibangun sekitar tahun 70 SM seperti terlihat pada **Gambar 3.1**. Sekalipun kabel telah lama digunakan, pengertian teorismenya masih belum lama digunakan meskipun struktur rantai tergantung pernah dibangun di Alpen Swiss pada tahun 1218. Teori mengenai struktur ini pertama kali dikembangkan pada tahun 1595, yaitu sejak Fausto Veranzio menerbitkan gambar jembatan gantung. Selanjutnya pada tahun 1741 dibangun jembatan rantai di Durham Country, Inggris. Jembatan ini mungkin merupakan jembatan gantung pertama di Eropa.



Gambar 3.1 Struktur atap kabel pada Roman Colosseum abad ke 70 SM. Kabel tali membentang secara radial melintasi struktur terbuka. Bentang struktur adalah 620 ft (188 m) pada sumbu major & 513 ft (156 m) pada sumbu minor (dari durm)
 Sumber: Daniel L. Schodek. Struktur. Hal 194

Pada abad pertengahan 15. Leonardo da Vinci (1452-1519), dimana beliau dikenal dengan pelukis & insinyur terkenal di abad *renaissance*, beliau membuat sketsa gambar konstruksi jembatan (Gambar 3.2) dengan sistem jembatan kabel sebagai penopangnya (*cable stayed bridge*). Kemudian sketsa ini diperkenalkan kepada Fritz Leonhard di Jerman.



Gambar 3.2 Sketsa Gambar Leonardo Da Vinci
 Sumber: Harianto Hardjasaputra. Struktur Transparan. Hal 18.

Titik balik penting dalam evolusi jembatan gantung terjadi pada awal abad ke-19 di Amerika, yaitu pada saat James Findlev mengembangkan jembatan gantung yang dapat memikul beban lalu lintas. Findley membangun jembatannya untuk pertama kali pada tahun 1810 di Jacobs Creek Uniontown, Pennsylvania dengan menggunakan rantai besi fleksibel. Inovasi Findley bukanlah kabelnya melainkan penggunaan dek jembatan yang dibuat kaku yang pengkakunya diperoleh dengan menggunakan rangka batang kayu. Penggunaan dek kaku ini dapat mencegah kabel penumpunya berubah bentuk sehingga bentuk permukaan jalan juga tidak berubah (lihat gambar 3.3). Inovasi Findley dilanjutkan oleh Thomas Telford di Inggris dengan mendesain jembatan yang melintasi Selat Menai di Wales (1818-1826). Louis Navier, ahli matematika Prancis yang amat terkenal, membahas karya Findley dengan menulis buku mengenai jembatan gantung, *Rapport et Memoire sur les Ponts Suspendus*, yang diterbitkan pada tahun 1823. Gambar 3.3 merupakan gambar yang menjelaskan struktur jembatan gantung: penggunaan dek jembatan kaku yang bersumber dari Daniel L. Schodek. Struktur. Hal 195.



Gambar 3.3 Beban mati struktur merupakan beban terdistribusi. Bentuk kabel adalah parabolik.



Gambar 3.4 Beban hidup dapat berpindah-pindah & seringkali berupa beban terpusat. Apabila dek jembatan tidak kaku, maka kabel & juga dek jembatan akan berubah bentuk pada saat mengalami beban hidup.



Gambar 3.5 Membuat dek jembatan kaku pada arah longitudinal, gaya-gaya pada kabel yang disebabkan oleh beban terpusat akan terdistribusi secara lebih merata. Bentuk kabel & bentuk dek akan *relative* konstan.

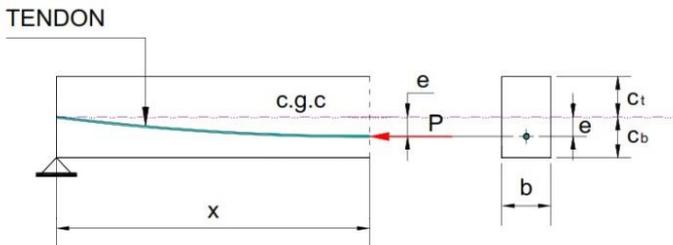
Segera setelah inovasi Findley, banyak jembatan gantung terkenal lainnya dibangun, misalnya jembatan Clifton di Inggris (oleh Isombard Brunel) & jembatan Brooklyn (oleh John Roebling). Banyak pula jembatan modern yang dibangun setelah itu, misalnya yang membentangi Selat Messina dengan bentang tengah sekitar 5000 ft (1525 m) & jembatan Verazano – Narrows yang bentang tengahnya 4260 ft (1300 m). Penggunaan kabel pada Gedung tidak begitu cepat karena pada saat itu belum ada kebutuhan akan bentang yang sangat besar. Meskipun James Bogardus telah memasukkan proposal kepada Crystal Palace Path New York Exhibition pada tahun 1853, yang mengusulkan atap Gedung berbentuk lingkaran & besi tuang berdiameter 700 ft (213 m) digantung dari rantai yang memancar & ditanam pada Menara pusat, struktur pavilyun pada pameran Nijny – Novgorood yang oleh V. Shookhov pada tahun 1896 dianggap sebagai awal mulainya aplikasi pada Gedung modern. Struktur-struktur yang dibangun berikutnya adalah persis lokomotif pada Chicago World’s Fair pada tahun 1933 & Livestok Pavillion yang dibangun di Raleigh, North Carolina pada sekitar tahun 1950 itu sangat banyak dibangun Gedung yang menggunakan struktur kabel.

3. Tata Letak Kabel (Tendon) Prategang

Tegangan Tarik pada serat beton yang terjauh dari garis netral akibat beban layan tidak boleh melebihi nilai maksimum yang diizinkan oleh peraturan yang ada, seperti pada SNI 03-2847-2002 menetapkan:

$$\text{Tegangan tarik serat terluar akibat beban layan} \leq \frac{1}{2} \sqrt{f_c'}$$

Oleh karena itu perlu ditentukan daerah batas pada penampang beton, dimana pada daerah tersebut gaya prategang dapat diterapkan pada penampang tanpa menyebabkan terjadinya tegangan tarik pada serat beton.



Gambar 3.6

Tegangan pada serat beton paling atas pada Gambar 3.6 diatas:

$$f_{ct} = \frac{P}{A_c} - \frac{P.e.c_t}{I_c} \dots\dots\dots (3.1)$$

Dimana:

- f_{ct} : Tegangan pada serat beton paling atas
- e : Eksentrisitas kabel prategang
- A_c : Luas penampang beton
- I_c : Momen inersia penampang beton
- C_t : Jarak serat beton paling atas ke garis berat (c.g.c)
- C_b : Jarak serat beton paling bawah ke garis berat (c.g.c)
- P : Gaya prategang

Seperti yang telah diketahui di dalam ilmu mekanika teknik:

$$r = \sqrt{\frac{I_c}{A_c}} \rightarrow r: \text{jari - jari inersia}$$

$I_c = r^2 \cdot A_c \rightarrow$ kalau disubstitusikan ke dalam persamaan (3.1) maka menjadi:

$$f_{ct} = \frac{P}{A_c} - \frac{P.e.c_t}{r^2 \cdot A_c} = \frac{P}{A_c} \left(1 - \frac{e.c_t}{r^2} \right) \dots\dots\dots (3.2)$$

Jika tegangan pada serat paling atas beton harus 0 (nol), maka batas besarnya eksentrisitas dapat dihitung nilainya sebagai berikut:

$$\frac{P}{A_c} \left(1 - \frac{e.c_t}{r^2} \right) = 0 \rightarrow \frac{P}{A_c} \neq 0, \text{ maka:}$$

$$1 - \frac{e.c_t}{r^2} = 0 \rightarrow e = \frac{r^2}{c_t}$$

Jadi batas paling bawah letak kabel prategang agar tidak menjadi tegangan tarik pada serat paling atas beton adalah:

$$k_b = \frac{r^2}{c_t} \dots\dots\dots (3.3)$$

Tegangan pada serat beton paling bawah:

$$f_b = \frac{P}{A_c} + \frac{P.e.c_b}{r^2 \cdot A_c} = \frac{P}{A_c} \left(1 + \frac{e.c_b}{r^2} \right)$$

Tegangan pada serat beton paling bawah harus sama dengan 0:

$$1 + \frac{e \cdot c_b}{r^2} = 0$$

- $e = \frac{r^2}{c_b} \rightarrow$ tanda minus berarti posisi e diatas $c.g.c$ (*central gravity concrete*).

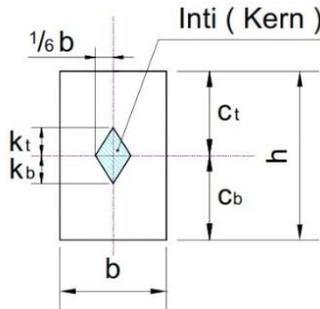
Jadi batas paling atas letak kabel prategang agar tidak terjadi tegangan tarik pada serat paling bawah beton adalah:

$$k_t = \frac{r^2}{c_b} \dots\dots\dots (3.4)$$

Untuk penampang persegi dengan lebar b & tinggi h , maka:

$$r^2 = \frac{I}{A} = \frac{1/12 \cdot b \cdot h^3}{b \cdot h} = \frac{1}{12} \cdot h^2 \rightarrow c_t = c_b = 1/2 h$$

Jadi: $k_t = k_b = \frac{1/12 \cdot h^2}{1/2 \cdot h} = 1/6 h$



Gambar 3.7

Dengan cara yang sama batas kiri & kanan dapat ditentukan yaitu sebesar $1/6 b$. Selama gaya tekan pada beton C akibat prategangan berada di dalam inti (*kern*) tidak akan terjadi tegangan tarik pada serat beton terluar.

Dibawah ini akan diberikan sebuah contoh soal yang membahas mengenai tata letak kabel (tendon) prategang.

Soal:

Sebuah jembatan beton prategang menggunakan sistem *post-tensioning* dengan panjang total 200 meter & lebar 10 meter. Untuk menopang struktur, direncanakan penggunaan tendon yang akan ditempatkan dalam bentuk parabola dengan tinggi maksimum deviasi (eksentrisitas maksimum) 1,5 meter

dari titik tengah bentang jembatan terhadap garis netral. Jika jembatan dibagi menjadi 5 span dengan panjang masing-masing sama, dan tiap span memerlukan 8 tendon, berapakah panjang total tendon yang diperlukan untuk seluruh jembatan? Asumsikan bahwa panjang efektif tendon untuk setiap span adalah panjang span ditambah 10% dari panjang span tersebut untuk mengakomodasi deviasi.

Jawaban:

- Langkah 1: Hitung panjang span
Jembatan memiliki panjang total 200 meter & dibagi menjadi 5 span, sehingga panjang setiap span adalah:
Panjang span = $\frac{\text{Panjang total jembatan}}{\text{Jumlah span}} = \frac{200 \text{ m}}{5} = 40 \text{ m}$
- Langkah 2: Hitung panjang efektif tendon
Panjang efektif tendon untuk setiap span adalah panjang span ditambah 10% dari panjang span untuk mengakomodasi deviasi.
Jadi, untuk satu span:
Panjang efektif tendon = Panjang span + (10% . Panjang span) = 40 m + (0.10 × 40 m) = 44 m
- Langkah 3: Hitung total panjang tendon
Dengan 8 tendon per span dan 5 span, panjang total tendon untuk seluruh jembatan adalah:
Total panjang tendon = Jumlah span × Jumlah tendon per span × Panjang efektif tendon per span
Total panjang tendon = Jumlah span × Jumlah tendon per span × Panjang efektif tendon per span
Total panjang tendon = 5 × 8 × 44 m = 1760 m
Total panjang tendon = 5 × 8 × 44 m = 1760 m
Jadi, panjang total tendon yang diperlukan untuk seluruh jembatan adalah 1760 meter.

B. DAERAH BATAS EKSENTRISITAS DI SEPANJANG BENTANGAN

Eksentrisitas rencana dari tendon (baja prategang) harus sedemikian rupa, sehingga tegangan tarik yang timbul pada serat penampang pada titik-titik kontrol sepanjang bentang balok sangat terbatas (tidak melampaui peraturan yang ditetapkan) atau sama sekali tidak ada (nol).

Jika:

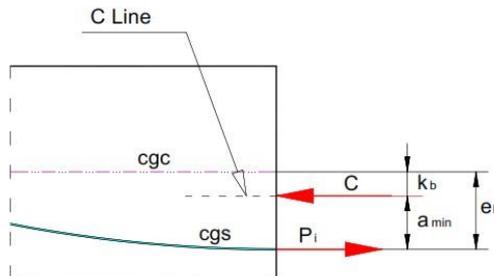
M_D : Momen akibat *Dead Load* (beban mati) &

M_T : Momen total akibat *Dead Load & Live Load* (beban hidup)

Sedangkan lengan momen antara garis pusat tekan (*C line*) & garis tendon (c.g.s) akibat M_D adalah a_{min} , maka:

$$a_{min} = \frac{M_D}{P_i} \rightarrow \text{Ini terjadi pada saat transfer gaya prategang.}$$

Nilai ini menunjukkan jarak maksimum dibawah batas bawah (*kern*) dimana c.g.s harus ditempatkan agar *C-line* tidak jatuh dibawah garis terendah *kern*.



Gambar 3.8

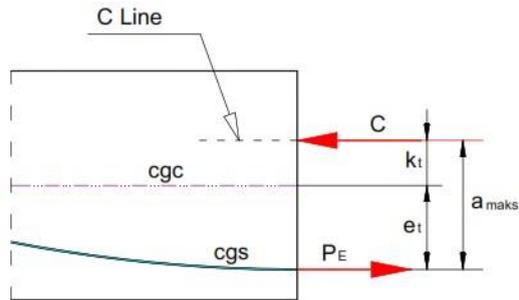
Kalau ini dilakukan tegangan tarik pada serat teratas tidak terjadi. Sehingga batas ekstrim bawah:

$$e_b = a_{min} + k_b$$

Lengan momen akibat M_T adalah a_{maks} , sehingga:

$$a_{maks} = \frac{M_T}{P_E} \rightarrow \text{Ini terjadi pada saat layan.}$$

Ini menunjukkan jarak minimum dibawah batas teratas daerah *kern*, dimana c.g.s harus ditempatkan agar *C-line* tidak jatuh diatas garis teratas daerah *kern*.



Gambar 3.9

Kalau ini dilakukan tegangan tarik pada serat terbawah tidak akan terjadi. Sehingga batas ekstrim atas:

$$e_t = a_{maks} - k_t$$

Tegangan tarik dengan nilai tertentu, biasanya diizinkan oleh beberapa peraturan yang ada, baik pada saat transfer maupun pada kondisi beban layan. Jika ini diperhitungkan, maka c.g.s dapat ditempatkan sedikit diluar batas e_b & e_t .



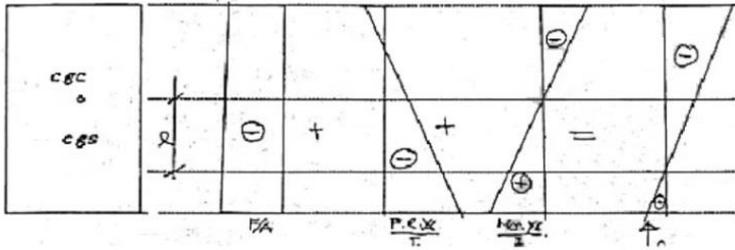
MOMEN RETAK DAN MOMEN BATAS

A. MOMEN RETAK

Retak adalah jenis kerusakan yang paling sering terjadi dalam struktur beton, dimana terjadi pemisahan antara massa beton yang relatif panjang dengan yang sempit. Secara visual retak nampak seperti garis. Retak dalam struktur beton terjadi sebelum beton mengeras maupun setelah beton mengeras. Retak akan terjadi saat beton mulai mengeras setelah dibebani, beton mengeras dalam musim dingin, susut (*shrinkage*), penurunan (*settlement*) & penurunan acuan (*formwork*). Pada saat struktur balok diberi beban dimana tidak melebihi kapasitas tahanan dalamnya, retak tidak akan muncul.

Dalam pengertian ini, nilai momen inersia balok tidak terganggu. Bila pembebanan pada struktur balok berlebih maka akan timbul retak pada penampang sehingga keadaan penampang balok tidak sebaik sebelum pembebanan berlebih. Pembebanan berlebih akan menimbulkan retak pada struktur balok sehingga nilai momen inersia penampang akan berkurang. Mekanismenya bertambah besar sehingga tegangan tariknya, maka akan timbul retakan tertarik. Momen retak adalah momen yang terjadi pada pelat dimana tegangan tarik beton yang terjadi pada serat terluar memiliki harga yang sama dengan "*modulus of rupture*" & beton. Analisis perhitungan momen retak masih berlaku teori elastis. Pada saat serat beton bawah mengalami retak, maka besarnya tegangan dapat dihitung sebagai berikut:

$$f_r = -\frac{F}{A} + \frac{F \cdot e \cdot y_b}{I} + \frac{M_{cr} \cdot y_b}{I} \dots\dots\dots (4.1)$$



Gambar 4.1 Tegangan Yang Terjadi

Dimana:

- M_{cr} : Momen luar termasuk akibat berat sendiri yang menyebabkan serat tarik mengalami retak
- y_b : Jarak serat bawah ke garis netral
- f_r : *Modulus of rupture* dari beton

Besarnya momen retak dapat ditulis:

$$M_{cr} = -F \cdot e + \frac{F \cdot I}{A \cdot y_b} + \frac{f_r \cdot I}{y_b} \dots\dots\dots (4.2)$$

Momen *crack* (retak) terjadi pada kondisi penampang beton bertulang elastis. Pada saat terjadi momen *crack*, nilai dari tegangan tarik beton terlampaui.

Tegangan tarik beton:

$$f_r = 0,63 \cdot \sqrt{f'c} \text{ dalam satuan MPa}$$

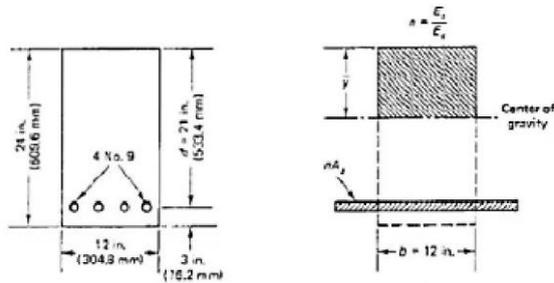
$$f_r = 7,5 \cdot \sqrt{f'c} \text{ dalam satuan Psi}$$

$$M_{crack} = \frac{I_g \cdot f_r}{y_t} \dots\dots\dots (4.3)$$

Dimana:

- I_g : Inersia *gross* penampang beton bertulang
- F_r : *Modulus rupture*
- y_t : Jarak serat tarik terluar ke pusat berat penampang
- : $h/2$ (untuk penampang segi empat)

Untuk metode alternatif dalam mencari jarak serat terluar terhadap pusat penampang adalah dengan menggunakan metode penampang transformasi.



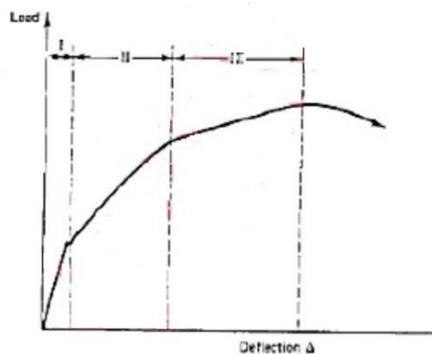
Gambar 4.2 Balok Yang Mengalami Retak

$$\left[bh + \left(\frac{E_s}{E_c} - 1 \right) \cdot A_s \right] \cdot \bar{Y} = b \cdot h \cdot \frac{h}{2} \cdot \left(\frac{E_s}{E_c} - 1 \right) \cdot A_s \cdot d \dots\dots (4.4)$$

Jika E_s / E_c didefinisikan atau dilambangkan sebagai rasio modular (n), maka:

$$\bar{Y} = \frac{(b \cdot h^2) + (n-1) \cdot A_s \cdot d}{b \cdot h + (n-1) \cdot A_s} \dots\dots\dots (4.5)$$

M_{crack} diperbolehkan terjadi pada taraf beban *service* (kondisi layan). Hubungan beban dengan defleksi pada balok dapat digambarkan sebagai berikut:



Gambar 4.3

Dimana:

Daerah I adalah taraf praretak, dimana batang-batang strukturnya bebas retak. Kondisi garis lurus menggambarkan kondisi elastis penuh. Tegangan tarik yang terjadi di daerah ini lebih kecil dari modulus rupture beton.

Daerah II adalah taraf pascaretak, disini pada akhir dari daerah I atau daerah praretak adalah mulainya terjadi retak pertama, disini momen inersia yang digunakan adalah momen inersia *crack*. Jika beban bertambah, maka keretakan mulai bertambah lebar. Akibat lebar retak yang bertambah maka kekakuan lentur akan menjadi berkurang, momen inersia yang digunakan adalah ***inersia efektif***.

Rumus perhitungan inersia efektif (I_e) adalah sebagai berikut:

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 \times I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3\right] \times I_{cr} \dots\dots (4.6)$$

- I_e : Momen inersia penampang efektif
- I_{cr} : Momen inersia penampang *crack* transformasi
- I_g : Momen inersia penampang *gross*
- M_a : Momen maksimum pada komponen struktur balok saat lendutan dihitung
- M_{cr} : Momen pada saat timbul *crack* yang pertama kali

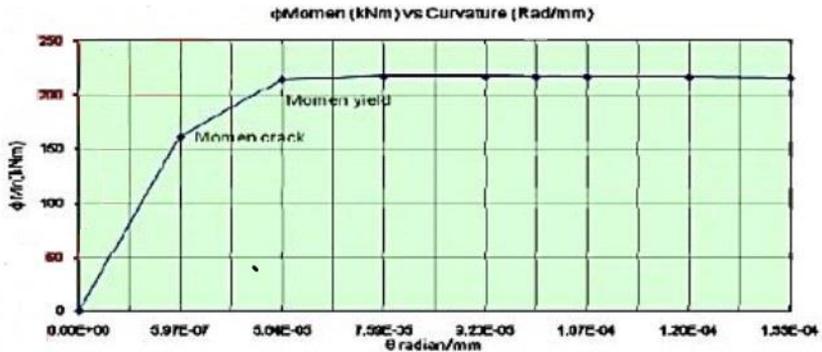
Disinilah kondisi yang berhubungan dengan lebar retak harus ditinjau atau dikontrol, agar masih dapat diterima kondisinya. Baik distribusinya maupun lebarnya.

Tabel 4.1 *Maximum Allowable Crack Widths*
(ACI Committee 224 (1972))

<i>Exposure Condition</i>	<i>Maximum Allowable Crack Width (mm)</i>
<i>Dry air or protective membrane</i>	0,4
<i>Humid, moist air or soil</i>	0,3
<i>Deicing chemicals</i>	0,2
<i>Seawater and seawater spray; wetting and drying</i>	0,15
<i>Water retaining structures</i>	0,1

Daerah III adalah daerah taraf *pasca-serviceability*, dimana tegangan pada tulangan tarik sudah mencapai tegangan lelehnya.

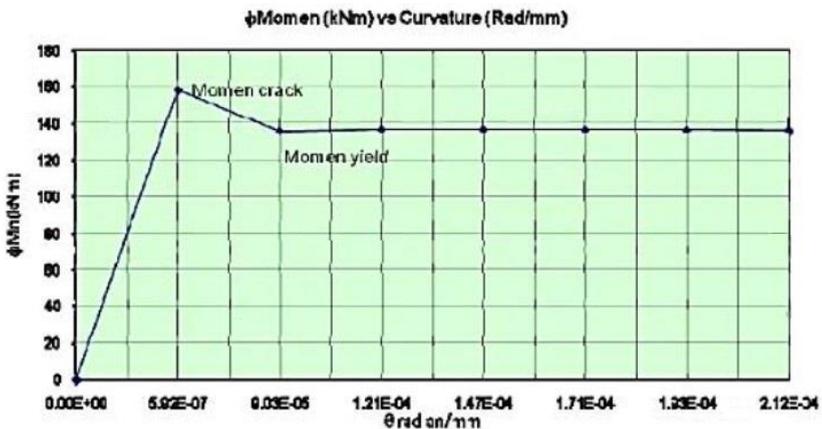
Gambaran momen kurvatur dengan metode kurva trilinear untuk sebuah penampang balok beton dengan dimensi $b = 1000 \text{ mm}$, $h = 500 \text{ mm}$, dengan tulangan tarik 8D16 ($f'c = 45 \text{ MPa}$, $f_y = 390 \text{ MPa}$).



Gambar 4.4 Hubungan momen-kurvatur

Pada penampang balok umum, untuk penulangan di daerah tarik, maka persyaratan rasio tulangan minimum harus dipenuhi, agar momen nominal yang dicapai dapat mencapai atau melebihi $1,2 M_{crack}$ -nya. Seperti terlihat dalam Gambar 4.4 diatas.

Jika rasio tulangan minimumnya tidak terpenuhi, maka ada kemungkinan momen nominal yang dicapai tidak mencapai $1,2 M_{crack}$ -nya. Seperti terlihat pada gambar 4.5 berikut dibawah ini dimana penampang balok beton dengan dimensi $b = 1000 \text{ m}$, $h = 500 \text{ mm}$, dengan tulangan tarik 5D16 ($f'c = 45 \text{ MPa}$, $f_y = 390 \text{ MPa}$).



Gambar 4.5

B. TIPE RETAK PADA BALOK BETON

Penampang beton dapat mengalami keretakan ketika menahan momen lentur. Sewaktu serat bawah tertarik, beton sebenarnya dapat menahan tegangan tarik tersebut, tetapi kuat tarik beton sangatlah kecil. Retak pada beton biasanya terjadi karena desain & praktik konstruksi tidak benar, seperti:

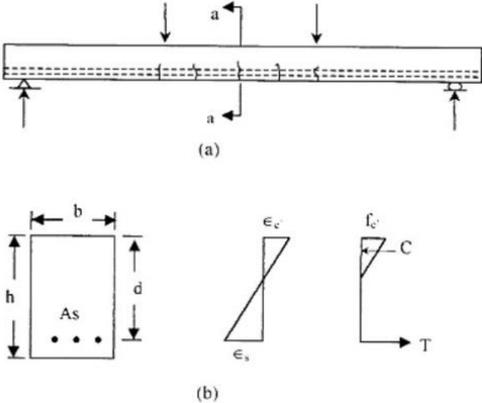
1. Persiapan tanah dasar yang tidak tepat;
2. Penggunaan beton dengan nilai *slump* yang tinggi atau penambahan air yang berlebihan pada pekerjaan pengadukan campuran beton;
3. Pekerjaan *finishing* beton cor yang kurang teliti.

C. RETAK LENTUR

Retak lentur adalah retak yang terjadi dengan arah vertikal atau tegak lurus dengan gaya yang bekerja pada balok. Pada kegagalan balok, dimulai dengan retak yang sangat halus, kemudian berkembang pada tengah bentang sehingga menyebabkan 50% & kegagalan balok adalah akibat lentur. Dengan penambahan beban, retak akan semakin melebar & Panjang retak akan berkembang menuju garis netral, serta ditandai penambahan lendutan pada balok (Nawy, 1990). Gelagar-gelagar beton murni tanpa tulangan tidak efisien sebagai batang-batang lentur karena kekuatan tarik lentur (modulus kehancuran) sangat kecil dibandingkan dengan kekuatan tekannya. Sebagai akibatnya gelagar tersebut mengalami kegagalan pada sisi tarik, pada pembebanan yang rendah, jauh sebelum kekuatan beton pada sisi tekan dapat dimanfaatkan sepenuhnya.

Berdasarkan hal ini maka digunakan tulangan pada bagian tarik. Apabila pembebanan pada gelagar tersebut ditambah secara berangsur-angsur mulai dari 0 sampai mencapai suatu nilai yang dapat menyebabkan kehancuran gelagar, maka dapat dibedakan dengan jelas adanya beberapa distribusi tegangan regangan yang berbeda. Pada pembebanan yang kecil, selama tegangan tarik maksimum beton lebih kecil dari modulus kehancuran, maka seluruh beton dapat dikatakan efektif dalam memikul tegangan tekan pada satu sisi & tarik pada sisi yang lain. Apabila beban terus ditambah, maka kekuatan tarik beton akan segera tercapai, & pada tingkatan ini mulai terjadi retak-retak akibat tarik.

Retak-retak ini menjalar dengan cepat ke atas sampai mendekati garis netral, akibatnya garis netral bergeser ke atas diikuti dengan menjalarnya retak-retak. Bentuk umum & distribusi dari retak-retak ini diperlihatkan pada Gambar 4.6.a. Pada gelagar-gelagar yang direncanakan dengan baik lebar retak ini sangat kecil (retak rambut). Adanya retak-retak ini cukup banyak mempengaruhi perilaku gelagar yang mengalami pembebanan. Pada suatu penampang retak, yaitu suatu penampang yang terletak pada tempat terjadinya retak seperti penampang $a - a$ pada Gambar 4.6.a. Beton tidak menyalurkan tegangan-tegangan Tarik, maka tulanganlah yang harus memikul semua tarik yang terjadi. Distribusi tegangan & regangan pada atau di dekat suatu penampang retak akan terlihat seperti yang digambarkan atau dilukiskan pada Gambar 4.6.b.



Gambar 4.6 Distribusi Tegangan & Regangan Pada Beban Sedang

Apabila luas tulangan yang digunakan *relative* sedikit pada pembebanan tertentu, tulangan akan mencapai tegangan lelehnya. Pada tegangan tersebut tulangan akan meleleh secara tiba-tiba & akan mengalami deformasi yang besar & retak-retak akibat Tarik pada beton akan melebar sehingga dapat dilihat menjalar ke atas, diikuti secara serentak dengan terjadinya lenturan yang besar pada gelagar. Apabila ini terjadi, regangan pada daerah tekan akan bertambah sedemikian rupa sehingga dapat menghancurkan beton (George Winter & Arthur H. Niison, 1983).

1. Faktor-Faktor Penyebab Terjadinya Keretakan Pada Beton Bertulang

Sebenarnya setiap beton bertulang yang diaplikasikan pada struktur pasti akan terjadi retakan, yang harus dipertimbangkan adalah apakah retakan tersebut dapat ditolerir karena tidak berbahaya atau retakan tersebut membahayakan struktur bangunan secara keseluruhan. Keretakan pada beton bertulang ini disebabkan oleh beberapa hal, karena pengaruh dari sifat beton itu sendiri maupun faktor lingkungan luar yang mempengaruhi beton secara langsung. Faktor-faktor penyebab keretakan beton yang terjadi pada saat pembuatan beton bertulang adalah sebagai berikut:

1) Sifat beton

Untuk melihat bagaimana sifat dari beton bertulang yang dapat menimbulkan keretakan kita harus melihat proses dari awal pembuatan beton bertulang tersebut. Pada saat awal pembuatan beton bertulang dengan pencampuran bahan penyusunnya seperti kerikil, pasir, air, semen, dan baja tulangan. Dalam proses pengerasannya beton akan mengalami pengurangan volume dari volume awal. Umumnya hal ini disebabkan air yang terkandung pada campuran beton akan mengalami penguapan sebagian yang mengurangi volume beton bertulang tersebut. Sehingga apabila dikondisikan pada saat beton mengalami pengerasan dan akibat dari volume beton berkurang yang akan menyebabkan penyusutan pada beton tetapi beton tersebut dibiarkan untuk menyusut tanpa adanya pembebanan maka beton pun tidak akan mengalami keretakan. Tetapi pada kondisi sebenarnya di lapangan tidak ada beton yang tidak mengalami pembebanan. Karena tidak ada balok atau kolom pada bangunan yang berdiri sendiri melainkan akan bersambung satu sama lain dan hal ini akan membuat beton bertulang bekerja menahan beban-beban pada bangunan, sehingga apabila pada kondisi saat beton mengalami penyusutan volume kemudian terjadi pembebanan, maka retakan pun tidak dapat dihindari.

2) Suhu

Tidak dapat diabaikan suhu juga dapat menyebabkan keretakan pada beton bertulang. Maksud suhu di sini adalah suhu campuran beton saat mengalami perkerasan. Karena pada saat campuran beton bertulang mengalami perkerasan suhu yang timbul akibat reaksi dari air dengan semen akan terus meningkat. Sehingga pada saat suhu campuran beton ini

terlalu tinggi, pada saat beton sudah keras sering timbul retak-retak pada permukaan beton.

3) Korosi pada tulangan

Sebenarnya untuk mengantisipasi retakan yang terjadi akibat dari sifat beton itu sendiri, beton diberi tulangan pada bagian dalamnya yang terbuat dari baja. Sehingga diharapkan dengan adanya baja tulangan tersebut retakan akibat dari sifat beton disebar pada keseluruhan beton menjadi bagian-bagian yang sangat kecil sehingga retakan tersebut dapat diabaikan. Tetapi apabila tulangan yang dipakai pada saat pembuatan beton sudah mengalami korosi, tulangan tersebut itu pun akan menyebabkan retakan pada saat beton mengeras.

4) Proses pembuatan yang kurang baik

Banyak sekali penyebab retak yang terjadi pada beton bertulang disebabkan oleh proses pembuatan yang kurang baik. Seperti contoh pada saat beton mengalami perkerasan di mana banyak mengeluarkan air, maka perlu adanya perawatan pada beton agar pengeluaran air dari campuran beton tidak berlebihan. Tetapi akibat tidak adanya perawatan, sehingga pada saat beton terbentuk maka terjadi banyak retakan.

5) Material yang kurang baik

Banyak sekali terjadi keretakan pada struktur beton bertulang diakibatkan karena material penyusunnya yang kurang baik. Beberapa hal di antaranya yang sering ditemukan adalah agregat halus atau pasir yang kurang bersih, masih bercampur dengan lumpur sehingga ikatan antara PC dan agregat menjadi terlepas. Sehingga ketika beton mengering maka retakan-retakan akan mudah sekali terjadi.

6) Cara penulangan

Sering sekali saya menemukan struktur beton bertulang dibuat dengan cara yang kurang tepat. Hal yang paling umum terjadi adalah ketebalan dari tulangan sampai permukaan beton terlampaui besar. Hal ini sebenarnya kurang tepat karena fungsi dari baja tulangan tersebut adalah untuk menahan gaya lintang (pada balok dan plat), deformasi akibat lendutan, serta gaya geser. Jika tebal selimut beton terlampaui besar maka retakan biasa terjadi mulai dari permukaan struktur beton sampai pada bagian tulangan yang ada di dalamnya. Seharusnya tulangan dibuat agak keluar, dan selimut atau kulit yang membungkus tulangan dibuat

setipis mungkin (1,5 s.d. 2 cm). Karena gaya tarik dan gaya tekan paling besar terjadi pada ujung permukaan beton tersebut.

Keretakan (*cracks*) pada struktur beton dapat disebabkan oleh dua hal yaitu retak akibat beban luar yang mengakibatkan terjadinya lentur atau geser atau kombinasi keduanya pada elemen beton & yang kedua retak sebagai akibat dari proses pengeringan beton yang tidak seragam atau yang sering disebut retak susut (*shrinkage crack*). Struktur beton bertulang relatif memiliki kekakuan struktur yang lebih tinggi dibandingkan dengan jenis struktur yang lain misalnya baja atau kayu. Dengan nilai kekakuan yang tinggi ini menyebabkan defleksi struktur pada beton bertulang akibat beban yang bekerja mempunyai nilai yang relatif kecil. Pada struktur beton, nilai kuat tarik beton hanya sekitar 10% dari kuat tekannya sehingga apabila beban luar dinaikkan sampai melebihi batas nilai tegangan tarik beton (*modulus of rupture*), maka beton pada daerah sisi tarik akan mulai terlihat terjadi retak awal (*first crack*). Dengan adanya *first crack* ini berakibat pada nilai kekakuan beton yang semakin menurun seiring dengan bertambahnya defleksi struktur. Pada struktur balok dengan tumpuan berupa jepit, pembesaran momen negatif tumpuan akibat beban yang bekerja tidak berbanding lurus dengan pembesaran momen positif lapangan. Hal tersebut dikarenakan sebelum terjadi *first crack*, rotasi pada sisi tumpuan terkekang oleh adanya jepit sehingga mengurangi besaran nilai momen negatif. Dengan adanya perbedaan nilai momen tumpuan dan lapangan ini akan menimbulkan terjadinya redistribusi momen pada balok beton. (Carino N.J., 1995) membagi fase keretakan balok beton menjadi tiga macam yaitu fase belum retak (*uncracked*), fase retak pada kondisi elastik (*cracked with elastic range*), & yang terakhir fase retak pada kondisi ultimit. Kondisi *uncracked* terjadi pada saat tegangan akibat beban masih berada di bawah tegangan tarik izin (*modulus of rupture*) di mana pada fase ini beton belum mengalami keretakan.

D. ANALISIS PENAMPANG BETON PRATEGANG

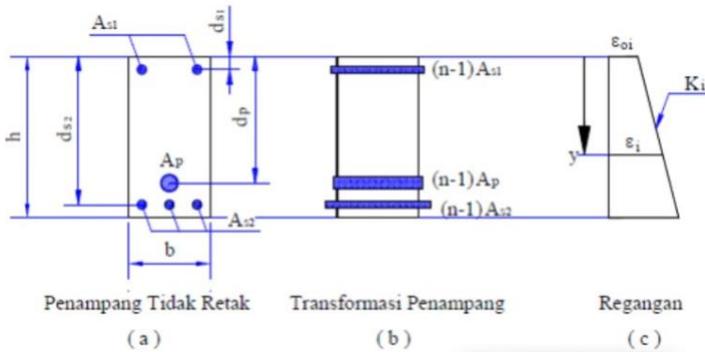
Ada 2 macam analisis penampang beton prategang, yaitu adalah sebagai berikut:

1. Analisis Penampang Jangka Pendek

Analisis penampang jangka pendek biasanya dilakukan untuk penampang utuh artinya penampang yang tidak retak.

Penampang Tidak Retak

Analisis jangka pendek biasanya dilakukan dengan mentransformasikan luas penulangan menjadi suatu luasan ekuivalen beton dengan menggunakan teori rasio modulus.



Sumber: T.Y Lin & N.H. Burns, 1982.

Gambar 4.7 Desain Struktur Beton Prategang

Pada Gambar 4.7 di atas, Gambar 4.7.a adalah gambar penampang tidak retak, sedangkan Gambar 4.7.b gambar transformasi penampang ke penampang beton. Gambar 4.7.c adalah gambar diagram regangan, dimana ϵ_{oi} adalah regangan pada serat atas dari penampang. Regangan pada kedalaman y dapat dinyatakan sebagai:

$$\epsilon_i = \epsilon_{oi} + y \cdot K_i \dots\dots\dots (4.7)$$

Dimana:

K_i adalah kelengkungan awal.

Tegangan awal beton pada kedalaman y dari serat atas penampang:

$$\sigma_i = E_c \cdot \epsilon_i = E_c \cdot (\epsilon_{oi} + y \cdot K_i) \dots\dots\dots (4.8)$$

Gaya aksial N pada penampang:

$$N_i = \int \sigma_i dA = \int E_c (\epsilon_{oi} + y \cdot K_i) dA = E_c \cdot \epsilon_{oi} \cdot \int dA + E_c \cdot K_i \cdot \int y \cdot dA$$

$$N_i = E_c \cdot \epsilon_{oi} \cdot A + E_c \cdot K_i \cdot B \dots\dots\dots (4.9)$$

Dimana:

$$A = \int dA \rightarrow \text{luas transformasi penampang}$$

$$B = \int y \cdot dA$$

Momen dari luas transformasi terhadap sisi atas penampang

Momen terhadap sisi atas penampang dapat dihitung sebagai berikut:

$$M_i = \int \sigma_i \cdot y \cdot dA = \int E_c (\epsilon_{oi} + y \cdot K_i) y \cdot dA$$

$$M_i = E_c \cdot \epsilon_{oi} \cdot \int y dA + E_c \cdot K_i \int y^2 dA$$

$$M_i = E_c \cdot \epsilon_{oi} \cdot B + E_c \cdot K_i \cdot I_c \dots\dots\dots (4.10)$$

Dimana:

B = Momen dari luas transformasi terhadap sisi atas penampang

$$I_c = \int y^2 dA$$

= Momen inersia dari transformasi penampang terhadap sisi atas penampang.

Dari persamaan – persamaan diatas, maka dapat diperoleh:

$$\epsilon_{oi} = \frac{B \cdot N_i - I_s \cdot N_i}{E_c(B^2 - A \cdot I_s)}$$

Dan

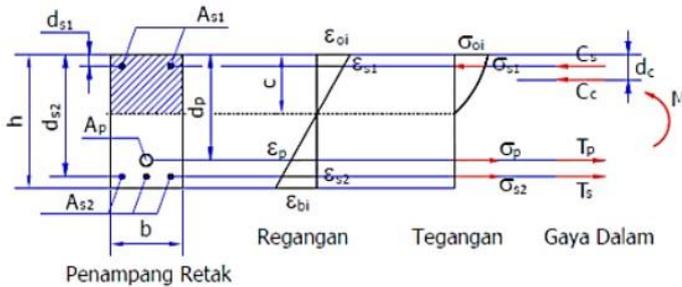
$$K_i = \frac{B \cdot N_i - A \cdot M_i}{E_c(B^2 - A \cdot I_s)}$$

Dengan mengetahui harga ϵ_{oi} & K_i dapat diperoleh distribusi regangan setelah transfer gaya prategang untuk setiap kombinasi beban luar dan akibat gaya prategang.

Penampang Retak

Hal ini terjadi jika momen pada penampang melebihi momen retak, maka akan terjadi keretakan pada penampang. Perilaku jangka pendek penampang retak dapat dilakukan dengan asumsi - asumsi sebagai berikut:

1. Distribusi regangan adalah linear sepanjang tinggi penampang balok;
2. Ikatan terjadi dengan sempurna antara beton dengan semua baja tulangan;
3. Perilaku material pada saat tertentu (*instant*) adalah linear;
4. Analisis tidak melibatkan pengaruh perilaku *non-elastis*, dari susut & *creep* (rangkak);
5. Tegangan tarik pada beton diabaikan (tidak ada *tension stiffening effect*).



Sumber: T.Y Lin & N.H. Burns, 1982.

Gambar 4.8 Desain Struktur Beton Prategang

Pada analisis diatas terdapat 2 variabel yang belum diketahui, yaitu c (kedalaman garis netral dari serat atas) & ϵ_{oi} (regangan di serat atas balok).

Dari persamaan keseimbangan:

$$T_p + T_s + C_s + C_c = 0 \dots\dots (4.11)$$

$$M = T_p \cdot d_p + T_s \cdot d_{s2} + C_c \cdot d_c + C_s \cdot d_{s1} \dots\dots (4.12)$$

Dari diagram regangan, diperoleh:

$$(-\epsilon_{s2}): \epsilon_{oi} = (d_{s2} - c) : c \rightarrow \epsilon_{s2} = \frac{-\epsilon_{oi} \cdot (d_{s2} - c)}{c} \dots\dots (4.13)$$

$$\epsilon_{s1}: \epsilon_{oi} = (c - d_{s1}) : c \rightarrow \epsilon_{s1} = \frac{\epsilon_{oi} \cdot (c - d_{s1})}{c} \dots\dots (4.14)$$

Sehingga gaya – gaya dalam menjadi:

$$T_s = \sigma_{s2} \cdot A_{s2} = \epsilon_{s2} \cdot E_s \cdot A_{s2}$$

$$T_s = E_s \cdot A_{s2} \cdot \frac{-\epsilon_{oi} \cdot (d_{s2} - c)}{c} \dots\dots\dots (4.15)$$

$$C_s = \sigma_{s1} \cdot A_{s1} = \epsilon_{s1} \cdot E_s \cdot A_{s1}$$

$$C_s = E_s \cdot A_{s1} \cdot \frac{\epsilon_{oi} \cdot (c - d_{s1})}{c} \dots\dots\dots (4.16)$$

Regangan pada tendon terikat, terdiri dari 3 bagian, yaitu:

1. Regangan efektif: $\epsilon_{pe} = \frac{P_e}{A_p \cdot E_p}$ (4.17)

Dimana:

- ϵ_{pe} : Regangan efektif pada tendon akibat gaya prategang efektif
- P_e : Gaya prategang efektif
- A_p : Luas penampang baja prategang
- E_p : Modulus elastisitas baja prategang

2. Regangan tekan instan pada beton:

$$\epsilon_{ce} = \frac{1}{E_c} \cdot \left(-\frac{P_e}{A} - \frac{P_e \cdot e^2}{I} \right) \dots\dots\dots (4.18)$$

3. Regangan batas pada baja prategang:

$$(-\epsilon_{pt}) : \epsilon_{oi} = (d_p - c) : c$$

$$\epsilon_{pt} = \frac{-\epsilon_{oi}(d_p - c)}{c} \dots\dots\dots (4.19)$$

Regangan total pada baja prategang:

$$\epsilon_p = \epsilon_{pe} + \epsilon_{ce} + \epsilon_{pt} \dots\dots\dots (4.20)$$

Gaya dalam baja prategang:

$$T_p = E_p \cdot A_p \cdot \epsilon_p$$

$$T_p = E_p \cdot A_p \cdot \{ \epsilon_{pe} + \epsilon_{ce} + \epsilon_{pt} \}$$

$$T_p = E_p \cdot A_p \cdot \left\{ \epsilon_{pe} + \epsilon_{ce} + \frac{-\epsilon_{oi}(d_p - c)}{c} \right\} \dots\dots\dots (4.21)$$

Jika kita memiliki diagram momen - kelengkungan dari suatu penampang beton prategang, maka pada setiap titik pada kurva berlaku:

$$K_i = \frac{-\epsilon_{oi}}{c} = \frac{M - P_e \cdot e}{E_{clav}} \dots\dots\dots (4.22)$$

Untuk penyelesaian, harga ϵ_{oi} & c digunakan cara *trial and error* sehingga persamaan diatas terpenuhi.

E. ANALISIS PENAMPANG JANGKA PANJANG

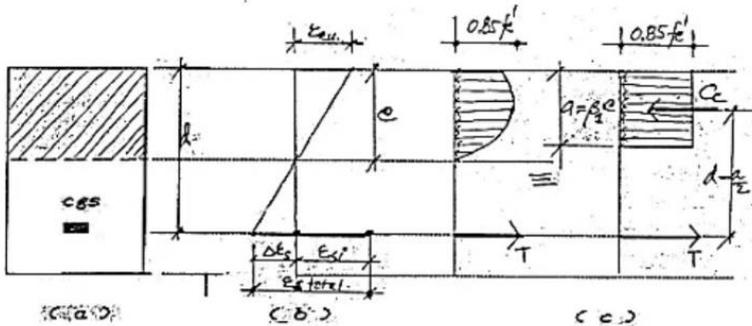
Analisis penampang jangka panjang biasanya dilakukan untuk suatu waktu yang panjang dan dipengaruhi oleh waktu, hal ini dilakukan untuk mengakomodasi pengaruh susut & *creep* (rangkak) beton yang sangat

tergantung pada usia komponen struktur beton prategang tersebut. Analisis ini dilakukan oleh Gilbert (1990) & biasa disebut "Time Dependent Analysis".

F. MOMEN BATAS (MOMEN ULTIMIT)

Analisis momen ultimit diperlukan untuk menentukan besarnya momen yang mampu dipikul oleh penampang. Analisis momen ultimit pada balok beton prategang, dalam tulisan ini dibatasi pada syarat-syarat berikut ini:

1. Diagram tegangan – regangan beton diperoleh dari hasil percobaan bahan (diketahui).
2. Diagram tegangan – regangan baja diperoleh dari hasil percobaan bahan (diketahui).



Gambar 4.9 (a) Penampang; (b) Regangan; (c) Gaya

Keseimbangan gaya-gaya horizontal:

$$C_c = T$$

Dimana:

$$C_c = 0,85 \cdot f'_c \cdot a \cdot b \dots\dots\dots (4.23)$$

$$T = A_s \cdot f'_s$$

$$a = \beta_1 \cdot c$$

$$\beta_1 = 0,85 \text{ (untuk } f'_c \leq 30 \text{ MPa) atau}$$

$$\beta_1 = 0,85 - 0,008 (f'_c - 30)$$

$$\text{Tetapi } \beta_1 \geq 0,65$$

$$\text{(untuk } f'_c > 30 \text{ MPa)}$$

$$f'_s = A_s \cdot \epsilon_{total} \text{ (untuk } f'_s < f_y) \ \&$$

$$f'_s = f_y \text{ (untuk } f'_s \geq f_y)$$

Kekuatan nominal menurut peraturan:

$$M_n = T (d - a/2) = C_c (d - a/2) \dots\dots\dots (4.24)$$

Kekuatan *ultimate* menurut peraturan:

$$M_u = \frac{M_n}{\phi} \dots\dots\dots (4.25)$$

Dengan ϕ = faktor reduksi kekuatan

Berikut adalah beberapa contoh soal mengenai momen batas pada struktur beton yang dapat digunakan untuk latihan atau penilaian:

1. Soal 1: Perhitungan Momen Batas Sederhana

Diberikan sebuah balok beton bertulang dengan lebar $b = 300 \text{ mm}$, tinggi $h = 500 \text{ mm}$, & $d = 450 \text{ mm}$ (jarak dari serat atas ke tulangan tarik). Jika menggunakan beton dengan kuat tekan $f'_c = 25 \text{ MPa}$ & baja tulangan dengan $f_y = 400 \text{ MPa}$, hitunglah momen batas M_u dari balok tersebut. Gunakan $b_d = 0,85$.

2. Soal 2: Analisis Momen Batas dengan Variasi Luas Tulangan

Sebuah balok beton bertulang memiliki dimensi $b = 250 \text{ mm}$ & $h = 600 \text{ mm}$ dengan $d = 550 \text{ mm}$. Jika luas tulangan tarik A_s variatif yaitu 1000 mm^2 , 2000 mm^2 , & 3000 mm^2 , hitung & bandingkan momen batas M_u untuk ketiga kondisi tersebut dengan $f'_c = 30 \text{ MPa}$ & $f_y = 500 \text{ MPa}$.

3. Soal 3: Pengaruh Tinggi Efektif pada Momen Batas

Untuk balok beton bertulang dengan lebar $b = 200 \text{ mm}$, tinggi total $h = 450 \text{ mm}$, & luas tulangan $A_s = 1500 \text{ mm}^2$, hitunglah momen batas M_u untuk tiga tinggi efektif berbeda: $d = 400 \text{ mm}$, 350 mm , & 300 mm . Gunakan beton dengan $f'_c = 40 \text{ MPa}$ & baja dengan $f_y = 460 \text{ MPa}$.

4. Soal 4: Desain Tulangan untuk Mencapai Momen Batas Tertentu

Diberikan sebuah balok beton bertulang yang harus dirancang untuk menahan momen batas $M_u = 150 \text{ kN.m}$. Jika dimensi balok adalah $b = 300 \text{ mm}$ & $h = 600 \text{ mm}$ dengan $d = 550 \text{ mm}$, $f'_c = 25 \text{ MPa}$, & $f_y = 400 \text{ MPa}$, hitung luas tulangan tarik A_s yang diperlukan.

5. Soal 5: Studi Kasus Momen Batas pada Balok T dengan Lebar Flens Berbeda

Sebuah balok T beton bertulang memiliki dimensi flens $b_f = 1000 \text{ mm}$, lebar badan $b_w = 300 \text{ mm}$, tinggi total $h = 700 \text{ mm}$, & $d = 650 \text{ mm}$. Dengan

menggunakan $f'_c = 35 \text{ MPa}$ & $f_y = 420 \text{ MPa}$, hitung momen batas M_u dari balok tersebut. Bandingkan hasilnya dengan balok T yang memiliki $b_f = 800 \text{ mm}$ & parameter lainnya tetap.



MACAM-MACAM *LOSS OF PRESTRESS* (KEHILANGAN PRATEGANG)

A. MOMEN RETAK

Besarnya nilai gaya prategang tidak dapat diukur dengan mudah. Gaya total pada tendon pada saat penarikan dapat ditentukan dengan *pressure gauge* pada dongkrak. Jenis-jenis kehilangan gaya prategang dapat menurunkan nilai gaya prategang menjadi nilai yang lebih rendah, sehingga beban yang dapat dipikul balok prategang menjadi lebih rendah juga. Selisih antara gaya prategang akhir dengan gaya prategang awal dinamakan kehilangan prategang. Kehilangan tegangan adalah berkurangnya gaya yang bekerja pada tendon dalam tahap-tahap pembebanan. Dalam arti lain, Kehilangan prategang yaitu pengurangan gaya yang bekerja pada tendon dalam tahap pembebanan.

Kehilangan prategang tendon untuk setiap waktu harus diambil sebagai jumlah kehilangan seketika dan kehilangan yang tergantung waktu, baik dalam jangka pendek ataupun jangka panjang. Di dalam suatu sistem struktur beton prategang selalu terdapat kehilangan gaya prategang, baik akibat dari penegangan maupun akibat pengaruh waktu. Dengan begitu suatu kenyataan bahwa gaya prategang awal yang diberikan ke elemen beton mengalami proses reduksi yang progresif selama waktu kurang lebih lima tahun. Pada akhirnya, reduksi gaya prategang dapat dikelompokkan menjadi dua kategori yaitu:

1. **Immediate Elastic Losses**

Ini adalah kehilangan gaya prategang langsung atau segera setelah beton diberi gaya prategang. Kehilangan gaya prategang secara langsung ini disebabkan oleh:

- Perpendekan elastis beton;
- Kehilangan akibat friksi atau geseran sepanjang kelengkungan dari tendon, ini terjadi pada beton prategang dengan *system post-tension*
- Kehilangan pada sistem ankur, antara lain akibat slip diangkur

2. **Time Dependent Losses**

Ini adalah kehilangan gaya prategang akibat dari pengaruh waktu, yang mana hal ini disebabkan:

- Rangkak (*creep*) dan susut pada beton;
- Pengaruh *temperature*;
- Relaksasi gaya prategang.

Pada dasarnya nilai masing-masing kehilangan gaya prategang adalah kecil, tetapi apabila dijumlahkan dapat menyebabkan penurunan gaya *jacking* yang signifikan, yaitu $\pm 15\%$ - 25% , sehingga kehilangan gaya prategang harus dipertimbangkan. Beberapa hal yang harus diperhatikan untuk meminimalkan kehilangan gaya prategang adalah:

1. Mutu beton yang digunakan, minimal 40 MPa untuk memperkecil rangkak;
2. Tendon yang digunakan adalah mutu tinggi yang memiliki relaksasi rendah.

Secara umum, reduksi gaya prategang dapat dikelompokkan menjadi dua kategori, yaitu:

1. Kehilangan elastis segera yang terjadi pada saat proses fabrikasi atau konstruksi, termasuk perpendekan (deformasi) beton secara elastis, kehilangan karena pengangkuran & kehilangan karena gesekan;
2. Kehilangan yang bergantung pada waktu, seperti rangkak, susut dan kehilangan akibat efek temperatur dan relaksasi baja, yang semuanya dapat ditentukan pada kondisi limit tegangan akibat beban kerja di dalam beton prategang

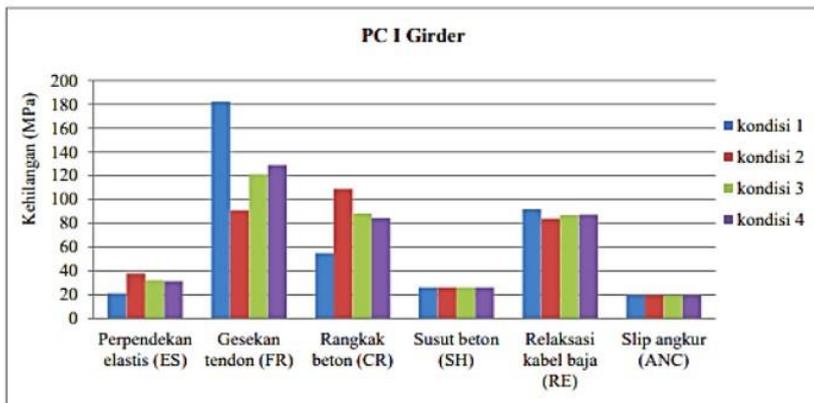
Karena banyaknya faktor yang saling terkait, perhitungan kehilangan gaya prategang (*losses*) secara eksak sangat sulit untuk dilaksanakan, sehingga banyak dilakukan metode pendekatan, misalnya metode *lump-sum* (AASHTO), *PCI method* & *ASCEACI methods*.

Tabel 5.1 Jenis-Jenis Kehilangan Prategang

No.	Pratarik	Pascatarik
1	Deformasi elastis beton	Tidak ada kehilangan akibat deformasi elastis kalau semua kawat ditarik secara bersamaan. Kalau kawat-kawat ditarik secara berurutan, maka akan terjadi kehilangan prategang akibat deformasi elastis beton.
2	Relaksasi tegangan pada baja	Relaksasi tegangan pada baja
3	Penyusutan beton	Penyusutan beton
4	Rangkak beton	Rangkak beton
5	-	Gesekan
6	-	Tergelincirnya angkur

Sumber: N. Khrisna Raju, 1981.

Kehilangan prategang dapat berupa proses menurunnya tegangan prategang dapat diakibatkan oleh mutu beton & letak tendonnya. Berikut grafik yang dihasilkan setiap kondisi pada girder.

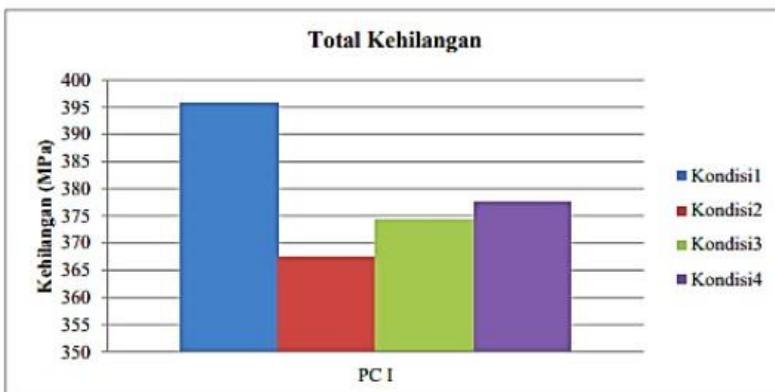


Gambar 5.1 Grafik Kehilangan Prategang

Perbandingan pada jenis kehilangan perpendekan elastis (ES) terbesar terjadi pada kondisi 2 (PC I = 37.89 MPa) dikarenakan nilai tegangan pada penampang beton yang besar. Hal ini berpengaruh terhadap nilai rangkai pada beton (CR) yang besar juga terjadi pada kondisi 2 (PC I = 108.98 MPa) karena deformasi adanya tegangan pada penampang beton sebagai fungsi dari waktu 20).

Perbandingan susut pada beton (SH) memiliki nilai yang sama pada setiap kondisi Sebesar 26.132 MPa dikarenakan kuat tekan beton yang digunakan sama sehingga menghasilkan modulus elastisitas beton yang sama, lalu tendon baja mengalami perpanjangan tergantung pada lamanya waktu berjalan dan nilai tegangan yang ada serta dihambat juga oleh besaran perpendekan elastis (ES) sehingga diperoleh nilai relaksasi kabel baja (RE) yang terbesar pada kondisi 1 (PC I = 91.98 MPa).

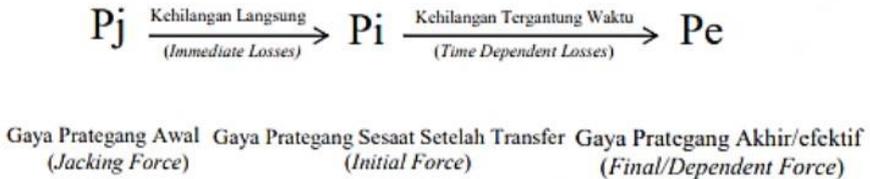
Gesekan tendon (FR) terbesar terjadi pada kondisi 1 (PC I = 182 MPa) terjadi karena pengaruh pergerakan dari selongsong yang diletakkan secara konsentris maka timbul koefisien yang besar 15) & nilai slip angkur (ANC) memiliki nilai yang sama pada setiap kondisi pada girder sebesar 19.3 MPa dikarenakan jenis strand (*Uncoated stress relieve seven wires strand ASTM A416 Grade 270 Low Relaxation*) & nilai elastisitas beton yang digunakan sama. Berikut grafik total kehilangan prategang PCI girder.



Gambar 5.2 Grafik Total Kehilangan

Gaya prategangan akan mengalami kehilangan prategangan sehingga gaya pratekan yang diperlukan untuk desain menggunakan tegangan pratekan efektif, yakni nilai tegangan prategang yang sudah memperhitungkan besarnya

kehilangan prategangan. Hasil total kehilangan prategang terbesar adalah PC I girder (kondisi 2) = 395.81 MPa (26.07%), sedangkan kehilangan prategang terkecil adalah PC I girder (kondisi 3) = 367.44 MPa (24.2%).



Gambar 5.3 Ilustrasi Kehilangan Prategang

Sumber: Budiono, 2008.

Penentuan secara tepat besarnya semua kehilangan tersebut khususnya yang bergantung pada waktu sulit dilakukan kehilangan tersebut bergantung pada berbagai faktor yang saling berkaitan. Metode-metode empiris untuk memperkirakan kehilangan berbeda-beda menurut peraturan atau rekomendasi, seperti *metode Prestressed Concrete Institute*, komite gabungan ACI-ASCE, AASHTO, cara *Comite Eurointernationale du Beton* (CEB). Berikut jenis-jenis kehilangan prategang yang harus diperhitungkan:

B. PERPENDEKAN ELASTIS

Kehilangan prategang akibat deformasi elastis beton tergantung pada rasio modulus serta tegangan rata-rata pada beton pada ketinggian baja. Ketika gaya prategang disalurkan ke beton, maka beton akan menerima tekanan dan memendek sehingga terjadi pengenduran pada tendon. Pada saat beton diberi gaya prategang bekerja maka beton akan memendek. Karena tendon yang melekat pada beton di sekitarnya secara perlahan juga memendek, maka tendon tersebut akan kehilangan sebagian dari gaya prategang yang dipikulnya. Mekanisme yang terjadi pada saat pengeringan beton dapat mempengaruhi kehilangan tegangan berbeda antara struktur dengan sistem pratarik dan pascatarik. Pada struktur yang menggunakan pascatarik yang menggunakan kabel tunggal, tidak ada kehilangan gaya prategang akibat perpendekan beton, akan tetapi pada penampang yang menggunakan lebih dari satu kabel, kehilangan gaya prategang ditentukan oleh kabel yang pertama ditarik dan memakai harga setengahnya untuk mendapatkan harga rata-rata semua kabel.

Beton menjadi lebih pendek bila gaya prategang diaplikasikan. Beton memendek pada saat gaya prategang bekerja, hal ini disebabkan karena tendon yang melekat pada beton sekitarnya secara simultan juga memendek, sehingga tendon tersebut akan kehilangan sebagian dari gaya prategang yang dipikulnya. Bersamaan dengan pemendekan itu tendon yang tertanam dalam beton tersebut kehilangan sebagian gaya yang dibawanya. Regangan yang terjadi adalah:

$$\varepsilon_{ES} = \frac{\Delta_{ES}}{L} = \frac{f_c}{E_c} = \frac{P_i}{A_c \cdot E_c} \dots\dots\dots (5.1)$$

Kehilangan tegangan akibat perpendekan elastis beton dapat dihitung sebagai berikut:

$$\Delta f_{ES} = \varepsilon_{ES} \cdot E_s = \frac{P_i}{A_c \cdot E_{ci}} \cdot E_{ps} = \frac{P_i}{A_c} \cdot n = f_{cir} \cdot n \dots (5.2)$$

Rekomendasi ACI – ASCE untuk kehilangan elastis memperhitungkan pengaruh penarikan yang berturut-turut pada kehilangan elastis dengan mengubah **Persamaan 5.2** sebagai berikut:

$$\Delta f_{ES} = K_{es} \cdot f_{cir} \cdot n \dots\dots\dots (5.3)$$

Keterangan:

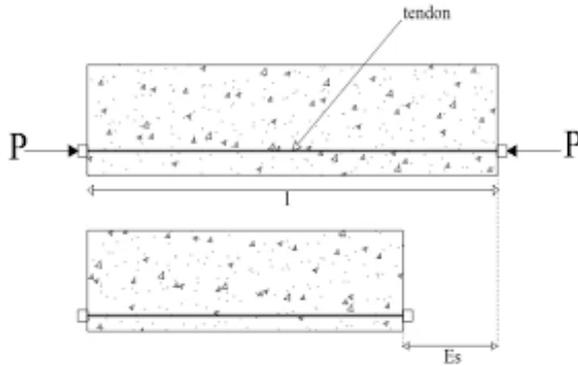
- f_{cir} : Tegangan dalam beton pada level pusat tendon prategang
- n : Nilai modular atau rasio E_{ps}/E_{ci}
- K_{es} : 1,0 untuk komponen struktur pratarik
- K_{es} : 0,5 untuk komponen struktur pascatarik

Jika tendon memiliki eksentrisitas terhadap pusat penampang & berat sendiri beton ikut diperhitungkan, maka:

$$f_{cir} = - n \cdot \frac{P_i}{A_c} \left(1 + \frac{e^-}{r^2} + \frac{MD_e}{I_c} \right) \dots\dots\dots (5.4)$$

Catatan:

f_{cir} bernilai (-) bila menyebabkan tekan & bernilai (+) bila menyebabkan tarik.



Gambar 5.4 Perpendekan Elastis Beton (*Elastic Shortening*)

Kehilangan tegangan karena deformasi elastis beton tergantung kepada perbandingan modulus serta tegangan rata-rata dalam beton ketinggian baja. Kehilangan prategangan dapat dihitung sebagai berikut:

$$\begin{aligned} \varepsilon_b &= \frac{\sigma_b}{E_b} \\ \Delta. \sigma_a &= \varepsilon_b \cdot E_a \\ &= \frac{\sigma_b}{E_b} \cdot E_a \\ &= n \cdot \sigma_b \end{aligned}$$

Dimana:

ε_b = regangan beton

σ_b = tegangan tekan beton pada titik berat baja

E_b = modulus elastis beton

1. Deformasi Elastis Beton Akibat Gaya Prategang

a. Sistem *pre-tensioning*

Bila tendon di titik berat beton

$$\begin{aligned} \sigma_b &= \frac{P}{A_b} \\ &= \frac{\sigma_{ae} \cdot A}{A_b} \\ &= \sigma_{ae} \cdot \omega \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \sigma_{ae} &= \sigma_{at} - n \cdot \sigma_b \\ &= \sigma_{at} - n \cdot \sigma_{ae} \cdot \omega \\ &= \frac{\sigma_{at}}{1 + n \cdot \omega} \end{aligned}$$

Kehilangan prategang:

$$\Delta \sigma_a = \sigma_{at} - \sigma_{ae}$$

$$= \sigma_{at} - \frac{\sigma_{at}}{1 + n \cdot \eta}$$

Jadi:

$$\Delta \sigma_a = \sigma_{at} \cdot \left[\frac{n \cdot \eta}{1 + n \cdot \eta} \right]$$

Bila tendon ada exentrisitas sebesar (e_a).

Maka gaya prategang akan menimbulkan momen sebesar:

$$M = P \cdot e_a$$

$$= (\sigma_{ae} \cdot A) \cdot e_a$$

Maka:

$$\sigma_b = \frac{\sigma_{ae} \cdot A}{A_b} + \frac{(\sigma_{ae} \cdot A) \cdot e_a}{I_b}$$

$$= \frac{\sigma_{ae} \cdot A}{A_b} \left[1 + \frac{e_a^2}{i_b^2} \right]$$

Dengan cara yang sama seperti diatas maka akan didapat:

$$\Delta \sigma_a = \sigma_{at} \left\{ \frac{n \cdot \eta (1 + e_i \cdot e_a / i_b^2)}{1 + n \cdot \eta (1 + e_i \cdot e_a / i_b^2)} \right\}$$

Bila tendons exentris berlapis – lapis.

Lapisan kabel ke: 1, 2, 3, n

Luas kabel tiap lapisan: $A_1, A_2, A_3, \dots, A_n$

Letak dari titik berat (exentrisitas): $e_1, e_2, e_3, \dots, e_n$

Tegangan efektif tiap lapisan dianggap sama = σ_{ae}

Maka momen yang terjadi

$$M = \sigma_{ae} (A_1 \cdot e_1 + A_2 \cdot e_2 + A_3 \cdot e_3 + \dots + A_n \cdot e_n)$$

Tegangan beton pada baja lapisan ke – i , adalah:

$$\sigma_{bi} = \frac{\sigma_{ae}}{A_b} (A_1 + A_2 + \dots + A_n) + \frac{\sigma_{ae} \cdot (A_1 \cdot e_1 + A_2 \cdot e_2 + \dots + A_n \cdot e_n) \cdot e_i}{I_b}$$

Dan kemudian akan didapat:

$$\Delta \sigma_{ai} = \sigma_{at} \left\{ \frac{n \cdot \eta (1 + e_i \cdot e_a / i_b^2)}{1 + n \cdot \eta (1 + e_i \cdot e_a / i_b^2)} \right\}$$

C. KEHILANGAN PRATEGANG AKIBAT GESEKAN TENDON

Pada kasus batang pascatarik, apabila kabel-kabel lurus atau agak melengkung ditarik, maka gesekan terhadap dinding saluran atau kisi-kisi penyekat akan mengakibatkan kehilangan tegangan yang makin bertambah menurut jaraknya dari dongkrak, selain itu akan terdapat kehilangan tegangan akibat gesekan antara kabel dan gerak menggelombang dalam saluran yang disebut “goyangan” atau “gelombang” yang merupakan penyimpangan kecil saluran dari kedudukan yang ditetapkan.

Kehilangan prategang ini terjadi akibat gesekan antara tendon dengan bahan sekitarnya (selubung tendon), kehilangan ini langsung dapat diatasi dari penarikan tendon pada *jack*. Kehilangan prategang akibat gesekan tendon ini disebabkan oleh fungsi dari alinyemen tendon yang mana komponen struktur pascatarik akibat adanya gesekan pada sistem penarikan (*jacking*) dan angkur sehingga tegangan yang ada pada tendon lebih kecil daripada yang terdapat pada alat baca tekanan (*pressure gauge*).

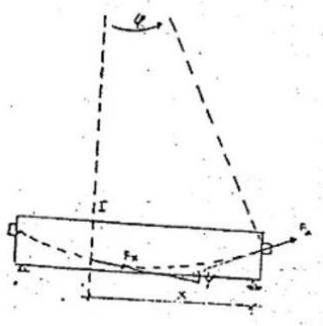
Kehilangan tegangan akibat dari gesekan pada tendon sangat dipengaruhi oleh pergerakan dari selongsong (*wobble*). Kehilangan tegangan friksional maksimum terjadi di ujung balok jika pendongkrakan atau penarikan dilakukan hanya pada satu ujung. Dengan demikian, kehilangan akibat adanya gesekan bervariasi secara linier di sepanjang balok dan dapat diinterpolasi untuk lokasi tertentu jika dikehendaki perhitungan yang lebih teliti.

Pada saat tendon ditarik dengan gaya F , di ujung pendongkrakan, tendon tersebut mengalami gesekan dengan saluran di sekitarnya sedemikian hingga tegangan di tendon akan bervariasi dari bidang pendongkrakan di sepanjang bentang. Dari macam-macam gesekan, maka gesekan ini adalah yang terpenting untuk diperhatikan. Gesekan dalam saluran tendon disebabkan oleh:

- a. Gesekan fisis yang normal terjadi antara 2 benda yang bergeser satu terhadap lainnya, dalam hal ini tendon yang bergerak terhadap dinding saluran yang diam, terutama pada *trace* tendon berbentuk lengkung.
- b. Melendut – lendutnya letak saluran tendon (tidak tepatnya *trace* saluran) disebut biasanya dengan “*wobble effect*”.
- c. Karatan – karatan yang terdapat pada tendon dan dinding saluran tendon yang terbuat dari baja.

- d. Kemungkinan adanya *specie* beton yang masuk (bocor) dalam saluran tendon.
- e. Kebersihan saluran.

Perhitungan berkurangnya pratekan sampai sekarang merupakan cara pendekatan. Dalam garis besarnya hanya menghitung 2 (dua) macam gesekan yaitu gesekan pada tendon yang melengkung dan *wobble effect* k_1 .



Gambar 5.5

Pratekan dalam penampang sejauh x dari *jack* dihitung dengan rumus *Euler Cooley – Montagnon*:

$$F_x = F_0 \cdot e^{-(\mu \cdot \phi + k_1 \cdot x)}$$

Dimana:

- μ = Coef. gesekan tendon terhadap salurannya
- ϕ = Perubahan sudut lengkungan (radial)
- k_1 = Coef. *Wobble – Effect*
- x = Panjang tendon dari tempat Jack

Rumus ini dapat mendekati keadaan sebenarnya bila dibarengi ketelitian pelaksanaan sedemikian sehingga sebab-sebab yang membesarkan gesekan diatas diperkecil, misalnya *Wobble p effect*, karatan, kebersihan dalam saluran.

Kehilangan tegangan akibat gesekan antara tendon dan selubung beton sekitarnya dapat dihitung dengan menggunakan rumus sebagai berikut:

$$f_0 = f_x \cdot e^{-(\mu \alpha + kL)}$$

Kehilangan tegangan baja dinyatakan sebagai $\Delta f_f = f_0 - f_x$, tegangan baja pada pendongkrakan akhir adalah f_0 , dan panjang sampai ke titik yang ditinjau adalah L , sehingga diperoleh persamaan sebagai berikut:

$$\Delta f_{FR} = f_0 - f_x = f_0 - f_0 e^{-(\mu\alpha + KL)} = f_0 [1 - e^{-(\mu\alpha + KL)}]$$

Keterangan:

- f_0 = Tegangan baja prategang pada saat *jacking* sebelum *seating*
- f_x = Tegangan baja prategang di titik x sepanjang tendon
- e = Eksponensial atau 2,7183
- μ = Koefisien gesek kelengkungan (**Tabel 5.2**)
- α = Perubahan sudut dari *layout* kabel dalam radian dari titik *jacking*
- K = Koefisien *wobble* (**Tabel 5.2**)
- L = Panjang baja prategang diukur dari titik *jacking*

Tabel 5.2 Koefisien gesek kelengkungan dan *wobble*

Jenis Tendon	Koefisien <i>Wobble</i> K	Koefisien Kelengkungan μ
Tendon di selubung material fleksibel		
Tendon kawat	0,0010 – 0,0015	0,15 – 0,25
<i>Strand</i> 7 kawat	0,0005 – 0,0020	0,15 – 0,25
Batang mutu tinggi	0,0001 – 0,0006	0,08 – 0,30
Tendon di saluran metal yang <i>rigid</i>		
<i>Strand</i> 7 kawat	0,0002	0,15 – 0,25
Tendon yang dilapisi <i>mastic</i>		
Tendon kawat dan <i>Strand</i> 7 kawat	0,0010 – 0,0020	0,05 – 0,15
Tendon yang dilumasi dahulu		
Tendon kawat dan <i>Strand</i> 7 kawat	0,0003 – 0,0020	0,05 – 0,15

Dengan mengasumsikan bahwa kelengkungan tendon sesuai dengan busur lingkaran pada **Gambar 5.6**, maka sudut pusat α di sepanjang segmen yang melengkung dapat dihitung besarnya dua kali kemiringan di ujung segmen. Sehingga jika dimasukkan ke dalam persamaan menjadi seperti berikut:

$$\tan \frac{\alpha}{2} = \frac{m}{x/2} = \frac{2m}{x}$$

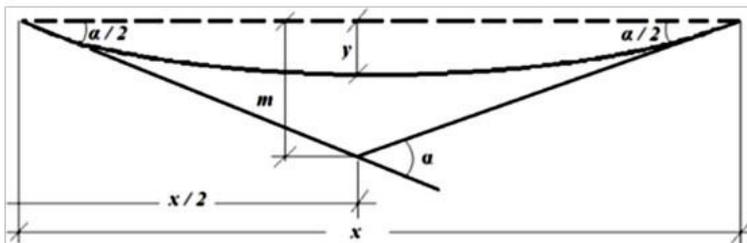
Jika $y = m/2$, maka:

$$\alpha = \frac{(2)2m}{x} = \frac{4(2y)}{x} = \frac{8y}{x} \text{ rad}$$

D. KEHILANGAN PRATEGANG AKIBAT SLIP PADA ANGKUR

Di dalam hampir saran sistem pascatarik, apabila kabel ditarik dan dongkrak dilepaskan untuk mentransfer prategang beton, pasak-pasak gesekan yang di pasang untuk memegang kawat-kawat dapat menggelincir pada jarak yang pendek sebelum kawat-kawat tersebut menempatkan diri secara kokoh di antara pasak-pasak tadi. Kehilangan prategang akibat slip angkur terjadi sewaktu kawat dilepaskan dari mesin penarik dan ditahan baji pada angkur. Panjang atau besarnya slip tergantung tipe baji dan tegangan pada kawat tendon. Slip pada angkur terjadi sewaktu kawat dilepaskan dari mesin penarik dan ditahan oleh baji pada angkur. Panjang atau besarnya slip tergantung tipe baji dan tegangan pada kawat tendon.

Biasanya nilai rata-rata panjang slip adalah 2,5 milimeter. Kehilangan prategang akibat slip angkur terjadi sewaktu kawat dilepaskan dari mesin penarik dan ditahan baji pada angkur. Panjang atau besarnya slip tergantung tipe baji dan tegangan pada kawat tendon. Besarnya slip angkut tergantung pada sistem prategang yang digunakan, nilainya berkisar antara 0,125-0,375 inci (3,175-9,525 mm). Nilai slip angkur dapat diasumsikan sebesar 0,25 inci (6 mm) dalam perhitungan untuk pendekatan (C5.9.3.2.1 AASHTO 2017)



Gambar 5.6 Evaluasi Pendekatan Sudut Pusat Tendon

Untuk menentukan kehilangan prategang akibat slip ankur dapat dihitung dengan rumus berikut:

$$\Delta f_A = \frac{\Delta A}{L} E_{ps}$$

Berdasarkan Manual Binamarga No. 021/BM/2011, kehilangan prategang akibat slip ankur dapat juga ditentukan dengan pendekatan rumus sebagai berikut:

$$\Delta f_A = \frac{2dx}{L}$$
$$x = \sqrt{\frac{E_{ps} \cdot \Delta AL}{d}}$$

Keterangan:

- ΔA = Besarnya slip ankur (mm)
- L = Panjang tendon (mm)
- E_{ps} = Modulus elastisitas baja prategang (MPa)
- d = Kehilangan akibat friksi pada jarak L dari titik penarikan (Δf_{FR})

Di dalam kebanyakan sistem *post-tensioning*, apabila kabel ditegangkan dan dongkrak dilepaskan untuk memindahkan praktikan kepada beton, tentu tidak bisa terjadi 100% tanpa adanya suatu perubahan bentuk sama sekali pada peralatan ankur. Tentu ada slip sedikit antara ankur dan tendon. Besarnya slip untuk berbagai jenis sistem ankur berbeda, Bila slip setiap ankur sebesar maka kehilangan prategang dalam tendon setiap ankur adalah:

$$\Delta \sigma_a = \frac{\Delta a \cdot E_a}{L}$$

Dimana: L = panjang tendon

Untuk berbagai jenis ankur sudah ditemukan berdasarkan atas banyak percobaan, yang perlu mendapat perhatian adalah makin panjang bentang balok (= panjang tendon) yaitu L maka makin kecil % kehilangan itu.

E. KEHILANGAN PRATEGANG AKIBAT RANGKAK PADA BETON

Rangkak pada beton terjadi karena deformasi akibat adanya tegangan pada beton sebagai suatu fungsi waktu atau bisa diartikan sebagai meregangnya atau memendeknya beton tanpa ada penambahan tegangan. Pada struktur beton prategang, rangkak pada beton mengakibatkan berkurangnya tegangan pada penampang. Kehilangan tegangan pada beton prategang akibat rangkak dapat ditentukan dengan dua cara, yaitu cara regangan rangkak batas dan cara koefisien-rangkak.

Rangkak pada beton terjadi karena deformasi atau perubahan akibat adanya tegangan pada beton sebagai fungsi waktu. Pada struktur beton prategang rangkak mengakibatkan berkurangnya tegangan pada penampang. Rangkak merupakan proses pemampatan partikel-partikel penyusun beton akibat bekerjanya beban luar. Hal ini tergantung pada waktu (*time depend loss of stress*) yang diakibatkan proses penuaan dari beton selama pemakaian akibat rangkak sebesar:

$$\Delta f_{CR} = K_{CR} \frac{E_{ps}}{E_C} (f_{cir} - f_{csd})$$

Untuk struktur dimana tidak terjadi lekatan yang baik antara tendon dan beton (*unbonded members*) besarnya kehilangan gaya prategang sebagai berikut:

$$\Delta f_{CR} = K_{CR} \frac{E_{ps}}{E_C} f_{cp}$$

Keterangan:

- K_{CR} = Koefisien rangkak (2,0 untuk komponen struktur pratarik, 1,6 untuk komponen struktur pascatarik).
- E_{ps} = Modulus elastisitas baja prategang (MPa)
- E_C = Modulus elastisitas beton (MPa)
- f_{cir} = Tegangan beton pada posisi level baja prategang sesaat setelah transfer gaya prategang (MPa)
- f_{csd} = Tegangan beton pada pusat berat tendon akibat beban mati (MPa)
- f_{cp} = Tegangan tekan beton rata-rata pada pusat berat (MPa)

F. KEHILANGAN PRATEGANG AKIBAT SUSUT PADA BETON

Beton kehilangan susut karena:

1. Hilangnya air dari beton karena mengering
2. Pemadatan kurang sempurna
3. Perubahan *temperature*
4. Komposisi adukan kurang sempurna
5. Sifat-sifat

Susut pada beton disebabkan oleh menguapnya air pada adukan beton setelah dicor, yang mengakibatkan pengurangan volume. Susut pada beton merupakan perubahan volume pada beton yang dipengaruhi oleh beberapa faktor. Faktor-faktor tersebut meliputi campuran, jenis agregat, jenis semen, waktu perawatan antara akhir perawatan eksternal dan pemberian prategang, ukuran komponen struktur serta kondisi lingkungan. Hal yang mempengaruhi kehilangan prategang akibat susut pada beton adalah rasio volume terhadap las permukaan, kelembaban relatif, dan waktu antara akhir pengecoran dan pemberian gaya prategang.

Bila tidak terbenam dalam air terus menerus (kondisi kelembaban 100%), beton akan kehilangan kebasahannya (*moisture*) dan berkurang volumenya. Proses ini disebut sebagai penyusutan beton. Besarnya penyusutan beton dapat bervariasi dari nol (terbenam dalam air) sampai 0,0008 untuk penampang tipis yang terbuat dari agregat dengan penyusutan tinggi dan tidak dilakukan *curing* dengan baik. Rumus umum kehilangan tegangan akibat susut berdasarkan PCI (*Prestressed Concrete Institute*) dituliskan sebagai berikut:

$$\Delta_{fsh} = 8,2 \times 10^{-6} K_{sh} E_{ps} (1 - 0,06^V) (100 - RH)$$

Keterangan:

- K_{sh} = Koefisien susut tergantung waktu (**Tabel 5.2**)
- K_{sh} = 1,0 untuk komponen struktur pratarik
- E_{ps} = Modulus elastisitas baja prategang (MPa)
- RH = Kelembaban relatif suatu wilayah = 70%
- V/S = Rasio volume/luas permukaan (inch)

Tabel 5.3 Nilai K_{sh} untuk komponen struktur pascatarik

Waktu dari akhir perawatan basah hingga pemberian tegangan, hari	1	3	5	7	10	20	30	60
K_{sh}	0,92	0,85	0,80	0,77	0,73	0,64	0,58	0,45

G. KEHILANGAN PRATEGANG AKIBAT RELAKSASI BAJA

Relaksasi merupakan reaksi pertahanan diri dari bahan, bila bekerja gaya luar terhadap bahan tersebut. Karena reaksi intern tersebut atom-atom bahan tersebut menyesuaikan diri, dengan akibat berkurangnya tegangan intern. Terhadap baja prapenegangan, relaksasi merupakan kehilangan tegangan tarik pada tendon yang dibebani gaya tarik pada panjang tendon tetap dan suhu tertentu.

Besarnya relaksasi tergantung dari nilai banding antara gaya tarik awal dan kuat tarik karakteristik baja serta suhu dan waktu. Kehilangan prategang relaksasi jangka waktu panjang dihitung berdasarkan kehilangan relaksasi jangka waktu yang relatif pendek. Umumnya pengamatan dilakukan selama 1000 jam pada suhu tertentu dan beban awal tertentu. Kehilangan relaksasi berdasarkan pengamatan tersebut adalah kehilangan relaksasi-murni, karena tidak dipengaruhi oleh regangan medium sekitarnya. Kehilangan jangka waktu panjang beton prategang oleh susut beton, rangkai beton dan relaksasi baja terjadi bersama-sama menurut perkembangan waktu. Jadi jelas regangan susut beton dan regangan rangkai beton akan mempengaruhi relaksasi baja. Kehilangan relaksasi nyata yang terjadi kurang dari relaksasi murni. Berdasarkan atas hasil beberapa percobaan, TV. Lin menganjurkan bahwa kehilangan prategang baja akibat relaksasi baja adalah sebesar:

Untuk sistem *Pre-tensioning*: 8%

Untuk sistem *Post-tensioning*: 8%

Relaksasi diartikan sebagai kehilangan dari tegangan tendon secara perlahan seiring dengan waktu dan besarnya gaya prategang yang diberikan di bawah regangan yang hampir konstan. Relaksasi baja terjadi pada baja prategang dengan perpanjangan tetap selama suatu periode yang mengalami pengurangan gaya prategang.

Pengurangan gaya prategang tergantung pada lamanya waktu berjalan dan rasio gaya prategang awal f_{pi} terhadap gaya prategang akhir f_{py} (Budiadi, 2008). Tendon *stress-relieved* mengalami kehilangan pada gaya prategang akibat perpanjangan konstan terhadap waktu. Besar pengurangan prategang bergantung tidak hanya pada durasi gaya prategang yang ditahan, melainkan juga pada rasio antara prategang awal dan kuat leleh baja prategang f_{pi}/f_{py} . Kehilangan pada setiap tahap waktu dapat didefinisikan pada persamaan berikut:

Untuk baja *stress-relieved*:

$$\Delta f_{RE} = f_{pi} \left(\frac{\log(t_2) - \log(t_1)}{10} \right) \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0,55 \right)$$

Untuk baja *low-relaxation*:

$$\Delta f_{RE} = f_{pi} \left(\frac{\log(t_2) - \log(t_1)}{40} \right) \left(\frac{f_{pi}}{f_{py}} - 0,55 \right)$$

Keterangan:

t_2, t_1 = waktu akhir dan awal interval (jam)

f_{pi} = tegangan awal baja prategang (MPa)

Kehilangan akibat relaksasi baja juga dapat dihitung menggunakan metode ACI-ASCE yang lebih sederhana. Persamaan ini menggunakan kontribusi terpisah antara perpendekan elastis, rangkai dan susut dalam evaluasi kehilangan yang diakibatkan relaksasi tegangan sebagai berikut:

$$\Delta f_{RE} = [K_{re} \cdot J (\Delta f_{CR} + \Delta f_{ES})] \cdot C$$

K_{re} = Koefisien relaksasi (**Tabel 5.4**)

J = Faktor waktu (**Tabel 5.4**)

C = Faktor relaksasi yang tergantung pada jenis *strand* (**Tabel 5.5**)

Tabel 5.4 Nilai K_{re} dan J

Jenis Tendon	K_{re}	J
<i>Strand</i> atau kawat <i>stress-relieved</i> derajat 1860 MPa	138	0,15
<i>Strand</i> atau kawat <i>stress-relieved</i> derajat 1720 MPa	128	0,14
Kawat <i>stress-relieved</i> derajat 1655 MPa atau 1620 MPa	121	0,13
<i>Strand</i> relaksasi rendah derajat 1860 MPa	35	0,040
Kawat relaksasi rendah derajat 1720 MPa	32	0,037
Kawat relaksasi rendah derajat 1655 MPa atau 1620 MPa	30	0,035
Batang <i>stress-relieved</i> derajat 1000 MPa atau 1100 MPa	41	0,05

Tabel 5.5 Nilai C

f_{pi}/f_{pu}	Kawat atau <i>strand stress-relieved</i>	Kawat atau <i>strand</i> relaksasi rendah atau batang <i>stress-relieved</i>
0,80		1,28
0,79		1,22
0,78		1,16
0,77		1,11
0,76		1,05
0,75	1,45	1,00
0,74	1,36	0,95
0,73	1,27	0,90
0,72	1,18	0,85
0,71	1,09	0,80
0,70	1,00	0,75
0,69	0,94	0,70
0,68	0,89	0,66
0,67	0,83	0,61
0,66	0,78	0,57
0,65	0,73	0,53
0,64	0,68	0,49
0,63	0,63	0,45
0,62	0,58	0,41
0,61	0,53	0,37
0,60	0,49	0,33

DAFTAR PUSTAKA

- Abdilah, R. D. (2017, Maret 6). *Momen Crack pada Penampang Beton Bertulang*. Retrieved Maret 3, 2023.
- Achmad, F. A., & Rumbyarso, Y. P. A. (2023). *Analisis Struktur Slab On Pile terhadap Kontrol Lendutan pada Proyek Jalan Tol Kataraja*. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(2), 13457-13467.
- Alvin, F. (). *Struktur Kabel*. Retrieved Maret 3, 2023, from https://www.academia.edu/37402116/2_2_Struktur_Kabel_2_2_a_Pengertian
- Arnolda Deru, S. M. (2020). Analisis Perbandingan Kehilangan Prategang Metode Stressing Satu Arah dan Dua Arah Jembatan Beton Prategang Pada Proyek Jembatan Benowo Surabaya. Universitas Wijaya Kusuma Surabaya. *Jurnal Analisis Perbandingan Kehilangan Prategang Metode Stressing Satu Arah dan Dua Arah Jembatan Beton Prategang Pada Proyek Jembatan Benowo Surabaya. Universitas Wijaya Jurnal Rekayasa dan Manajemen Konstruksi*, Vol. 8. No. 3. Hal. 159-164
- Darmiyanti, L., Prima, Y., & Aldianto, M. A. (2023). Analisis Borepile Menggunakan Metode Meyyerhoff dan Reese Wright. *Jurnal Sipil Krisna*, 9(1), 27-38.
- Firmansyah. (2013). Studi analisis lentur balok yang mengalami proses pengeroposan beton tinjauan daerah lapangan. *Jurnal Kontruksia*, Vol. 5 No. 1.
- G. N. E. (2001). *Beton Prategang Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.
- Haji, C. d. (2000). *Retak Lentur pada Beton Mutu Tinggi*. Yogyakarta: Universitas Islam Indonesia
- Ibham Yamin, S. Z. (2020). Analisis Perbandingan Kehilangan Prategang Akibat Variasi Letak Tendon PC I Girder Jembatan Beton Prategang. Vol. 2 No. 2
- Isworo, H. (2018). *Mekanika Kekuatan Material 1 (HMKK319)*. Banjarmasin: Universitas Lambung Mangkurat.
- Lin. T, (1982). *Desain Struktur Beton Prategang Jilid 1*. Jakarta: Erlangga.

- Mada, U. G. (2014). *Tegangan dan Regangan pada Balok Akibat Lentur, Gaya Normal. dan Geser link*. Retrieved Maret 3, 2023, from <https://www.scribd.com/document/222786198/Tegangan-Dan-Regangan-Pada-Balok-Akibat-Lentur-Gaya-Normal-Dan-Geser#>
- Pribadi, G., & Rumbyarso, Y. P. A. (2023). *Analisis Perbandingan Daya Dukung dan Penurunan Pondasi Tiang Bor Dengan Perhitungan Manual dan Software ALLPILE*. *Jurnal TESLINK: Teknik Sipil Dan Lingkungan*, 5(2), 16-20.
- Pribadi, G., & Rumbyarso, Y. P. A. (2023). *Analisis Profil Atap Baja WF dengan Metode LRFD Menggunakan SAP 2000 dan Idea StatiCa*. *Jurnal Teknik Industri Terintegrasi (JUTIN)*, 6(4), 1543-1559.
- Pribadi, G., Darmiyanti, L., & Martinus, M. (2023). *Analisis Kuat Tekan Beton dengan Bahan Tambah Gula Pasir*. *Jurnal Pendidikan Tambusai*, 7(2), 11257-11262.
- Rumbyarso, Y. P. A. (2023). *PERHITUNGAN PRODUKTIVITAS PERALATAN BERAT PADA PROYEK JALAN TOL SEMARANG–DEMAK SEKSI 1C KM 35+ 400 SAMPAI DENGAN 36+ 400*. *Mechonversio: Mechanical Engineering Journal*, 6(2), 34-39.
- Rumbyarso, Y. P. A. (2023). *Re-planning of Concrete Structures in the Ngoro Dormitory Project in Surabaya*. *Journal of Applied Science, Engineering, Technology, and Education*, 5(1), 15-24.
- Rumbyarso, Y. P. A., & Pribadi, G. (2023). *Analisis Stabilitas Lereng dengan Metode Bishop pada Proyek Geotechnical Investigation Jalur Transportasi Pelabuhan Batubara Marangkayu Kabupaten Kutai Kartanegara*. *JURNAL KRIDATAMA SAINS DAN TEKNOLOGI*, 5(02), 562-577.
- Rumbyarso, Y., Chusna, N., & Khumaidi, A. (2022). *Dissolved Oxygen Prediction of the Ciliwung River using Artificial Neural Networks, Support Vector Machine, and Streeter-Phelps*. *Jurnal Ilmiah Merpati (Menara Penelitian Akademika Teknologi Informasi)*, 10(3), 180-190.
- Tegangan Puntir*, (2014). Retrieved Maret 3, 2023, from <https://www.scribd.com/doc/212241855/Tegangan-puntir>

BUKU AJAR

STRUKTUR BETON PRESTRESS



Yonas Prima Arga Rumbyarso, S.T., M.T., M.M.

Lahir di Jakarta 28 Agustus 1978 sekarang bertempat tinggal di Jalan Haji Ipin No. 33 RT 11 RW 01 Kelurahan Pondok Labu 12450 Kecamatan Cilandak Kotamadya Jakarta Selatan Provinsi DKI Jakarta. Untuk kontak penulis dapat menghubungi email sebagai berikut: yonasprima@unkris.ac.id. Penulis adalah Dosen Tetap pada Program Studi Teknik Sipil dan Kepala Laboratorium Arsitektur, Teknik Sipil dan Perencanaan Wilayah Perkotaan

Universitas Krisnadwipayana dengan Jabatan Fungsional Lektor. Mata kuliah yang diampu adalah Struktur Beton *Prestress*, Mekanika Bahan, Struktur Bangunan, Mekanika Tanah. Pendidikan formal Teknik Sipil diselesaikan di Universitas Krisnadwipayana Konsentrasi Struktur pada 3 November 2008, Magister Teknik Industri diselesaikan di Universitas Mercubuana Jakarta Konsentrasi Teknologi Industri pada 23 September 2016, Magister Manajemen Konsentrasi Manajemen Keuangan diselesaikan di Universitas Krisnadwipayana pada 16 November 2020. Saat ini penulis kembali melanjutkan studi pada Program Magister Hukum Konsentrasi Hukum Bisnis di Universitas Krisnadwipayana Jakarta dan Program Doktor Teknik Sipil Konsentrasi Geoteknik Universitas Islam Sultan Agung Semarang. Selama menjadi dosen sudah banyak buku yang dihasilkan, diantaranya adalah Pengukuran kinerja perusahaan PT Ritra Cargo Indonesia menggunakan *balanced scorecard* ISBN 978-623-6609-49-1, Kinerja struktur gedung *office* 36 lantai: analisis *time history* dan *pushover* ISBN 978-623-419-553-8, infrastruktur dan konstruksinya: kajian infrastruktur berdasarkan konstruksi pembangunannya ISBN 978-623-419-314-5, Infrastruktur pembaharu: *silica fume in asphalt concrete-wearing course* ISBN 978-623-419-231-5, Kajian peralatan berat pada proyek konstruksi ISBN 978-623-145-180-4. Penulis adalah pemegang sertifikat kompetensi untuk subklasifikasi Gedung kualifikasi Ahli level 7 okupasi Manajer pengelolaan Bangunan Gedung, subklasifikasi Jembatan kualifikasi Ahli level 8 okupasi Ahli Madya Teknik Jembatan, subklasifikasi Jalan kualifikasi Ahli level 7 okupasi Ahli Muda Teknik Jalan. Hingga kini penulis aktif bergabung dalam organisasi profesi yaitu Ikatan *Quantity Surveyor* Indonesia, Himpunan Ahli Teknik Tanah Indonesia, Ikatan Dosen Indonesia, Persatuan Insinyur Indonesia. Selain sebagai akademisi, penulis juga pernah bekerja di PT Waringin *General Contractor*, PT Acset Indonusa, PT Branusa Widnell, PT Margahayuland, PT Labersa Hutahaean, PT Bhineka Mancawisata dimana terlibat sebagai praktisi dalam pembangunan proyek diantaranya adalah Newton Apartemen Buah Batu Bandung, Apartemen Somerset Kencana Pondok Indah Jakarta Selatan, Hotel Marriot Likupang Manado, Hotel Labersa dan Wahana Water Park Balige Sumatera Utara, Apartemen Kota Kasablanka Jakarta Selatan, Proyek Perumahan Kota Podomoro Tenjo.



ISBN 978-623-500-102-9



9 786235 001029