



MEKANIKA

Rahadian Nopriantoko

MEKANIKA

Rahadian Nopriantoko

Buku Ilmiah yang berjudul Mekanika ini adalah buku referensi yang mengupas secara menyeluruh dan menjelaskan banyak hal tentang ilmu pengetahuan Mekanika. Buku ini dapat bermanfaat untuk memberikan literatur secara akademik maupun profesional kepada akademisi, peneliti, praktisi, engineer, mahasiswa dan khalayak umum. Buku yang ditulis dengan sistematis serta menjelaskan secara lengkap dan jelas keilmuan di bidang mekanika ini berisikan 17 Bab yang meliputi tentang pengukuran, dimensi, vektor, kinematika, dinamika, energi, momentum, statika, elastisitas, fluida, getaran dan gravitasi. Sehingga dengan demikian, buku ini dapat dikatakan merupakan salah satu karya unggul dalam bidang mekanika. Bila dibandingkan dengan buku-buku lain yang satu tema, buku ini jelas memiliki kelebihan, selain pula bahasanya yang mudah untuk dimengerti serta pengayaan materi dan studi kasus yang berbobot lagi komprehensif.

Buku ini menambah khasanah baru referensi terkait ilmu mekanika yang paling fundamental serta menjadi basis berbagai sains dan teknologi yang ada dalam kehidupan kita saat ini. Meski dijelaskan dengan bahasa yang populer, buku ini akan mampu memberikan pemahaman yang komprehensif dan benar bagi pembacanya untuk berbagai kebutuhan praktis sesuai profesi masing-masing.

Laksana Tri Handoko
Kepala Badan Riset dan Inovasi Nasional (BRIN)

Penerbit:



CV Jejak
Make Your Own Mark

Redaksi:

- jejakpublisher.com
- publisherjejak@gmail.com
- Jejak Publisher
- +6281774845134



MEKANIKA

Rahadian Nopriantoko



CV Jejak, 2022

Mekanika

Copyright © CV Jejak, 2022

Penulis:

Rahadian Nopriantoko

ISBN 978-623-498-183-4

ISBN 978-623-498-184-1 (PDF) ; Edisi Digital, 2022

Editor:

Resa Awahita

Penyunting dan Penata Letak:

Tim CV Jejak

Desain Sampul:

Freepik, Meditation Art

Penerbit:

CV Jejak, anggota IKAPI

Redaksi:

Jln. Bojong genteng Nomor 18, Kec. Bojong genteng
Kab. Sukabumi, Jawa Barat 43353

Web : www.jejakpublisher.com

E-mail : publisherjejak@gmail.com

Facebook : Jejak Publisher

Twitter : @JejakPublisher

WhatsApp : +6281774845134

Cetakan Pertama, Januari 2023

299 halaman; 15,5 x 23 cm

Hak cipta dilindungi undang-undang
Dilarang memperbanyak maupun mengedarkan buku dalam bentuk
dan dengan cara apapun tanpa izin tertulis dari penerbit maupun
penulis

KATA PENGANTAR

Buku Ilmiah yang berjudul Mekanika ini telah diupayakan oleh penulis untuk ditulis dan dideskripsikan secara lengkap, padat dan jelas dengan penjelasan ilmiah yang populer, agar pembaca relatif mudah dalam membaca serta memahaminya. Sehingga dengan demikian besar harapan penulis kiranya kehadiran buku ini dapat bermanfaat banyak dan menambah khasanah pengetahuan bagi berbagai kalangan baik itu akademisi, peneliti, praktisi, *engineer*, mahasiswa dan khalayak umum lainnya.

Penulis mengucapkan terima kasih kepada semua pihak yang telah mendukung penulis sehingga karya ini dapat selesai sebagaimana yang kini ada di hadapan pembaca. Khususnya kepada istri dan anak-anak penulis yang telah ikhlas mendoakan dan mendukung meskipun aktivitas tersebut telah mengurangi perhatiannya penulis kepada mereka. Oleh karena itu, sebagai tanda kecintaan penulis terhadap keluarga kecilnya, maka buku ini didedikasikan untuk mereka dan para keluarga besar lainnya dari penulis terutama Almh. Ibunda penulis yang baru saja berpulang ke Rahmatullah pada November 2022.

Ibarat peribahasa tak ada gading yang tak retak, maka begitu juga tak ada penulis yang tak memiliki kekurangan dan kelemahan. Menyadari akan hal tersebut, maka dengan penuh rasa hormat dan syukur penulis sangat mengharapkan serta berterima kasih atas saran dan masukan yang membangun dari para pembaca kepada penulis, guna penyempurnaan revisi buku ini untuk terbitan edisi berikutnya. Akhir kalam, insya Allah semoga apa yang telah diupayakan ini semua dapat menjadi amal *jariyah* ilmu bagi penulis.

Jakarta, November 2022

Penulis,

Rahadian Nopriantoko

DAFTAR ISI

KATA PENGANTAR.....	3
BAB 1 PENGUKURAN	7
1.1. Besaran	8
1.2. Satuan SI.....	9
1.3. Konversi Satuan.....	11
1.4. Panjang	12
1.5. Waktu	13
1.6. Massa.....	13
1.7. Analisis Dimensi	15
1.8. Angka Penting	16
BAB 2 VEKTOR.....	19
2.1. Besaran Vektor	19
2.2. Komponen Vektor	21
2.3. Vektor Satuan	22
2.4. Penjumlahan Vektor	22
2.5. Perkalian Vektor.....	24
2.6. Resultan Vektor.....	26
BAB 3 KINEMATIKA SATU DIMENSI	29
3.1. Gerak	30
3.2. Posisi dan Perpindahan.....	30
3.3. Kecepatan Rata-rata dan Kelajuan Rata-rata.....	31
3.4. Kecepatan dan Kelajuan Sesaat.....	34
3.5. Percepatan.....	36
3.6. Percepatan Lainnya	41
3.7. Integrasi Grafis Dalam Analisis Gerak.....	44
BAB 4 KINEMATIKA DUA DAN TIGA DIMENSI	49
4.1. Posisi dan Perpindahan.....	50
4.2. Kecepatan Rata-rata dan Kecepatan Sesaat.....	54
4.3. Percepatan Rata-rata dan Percepatan Sesaat.....	57
4.4. Gerak Projektil.....	59
4.5. Analisis Gerak Projektil.....	61
4.6. Gerak Melingkar Beraturan.....	69
BAB 5 DINAMIKA I.....	83
5.1. Kerangka Acuan	84

5.2. Massa.....	85
5.3. Gaya.....	86
5.4. Hukum Newton I.....	87
5.5. Hukum Newton II.....	88
BAB 7 DINAMIKA ROTASI I	103
7.1. Variabel Rotasi	104
7.2. Hubungan Variabel Rotasi dan Linear	107
BAB 8 ENERGI MEKANIK DAN USAHA	115
8.1. Energi Kinetik	116
8.2. Usaha	116
8.3. Usaha dan Energi Kinetik.....	116
8.4. Energi Potensial.....	120
8.5. Usaha dan Energi Potensial.....	122
8.6. Usaha yang Dilakukan oleh Gaya Luar	124
8.7. Hubungan Usaha, Gaya dan Perpindahan	125
8.8. Daya.....	126
BAB 9 KONSERVASI ENERGI.....	131
9.1. Gaya Konservatif.....	132
9.2. Usaha oleh Gaya Konservatif.....	133
9.3. Gaya Non-Konservatif.....	135
9.4 Usaha oleh Gaya non-Konservatif.....	136
9.5. Konservasi Energi	136
BAB 10 KONVERSI ENERGI.....	141
10.1. Karakteristik Energi.....	142
10.2. Ragam Energi	143
10.3. Sumber Energi.....	147
BAB 11 PUSAT MASSA DAN MOMENTUM LINEAR	149
11.1. Pusat Massa	150
11.2. Hukum Kedua Newton untuk Sistem Partikel.....	153
11.3. Momentum Linear	154
11.4. Impuls.....	155
11.5. Tumbukan.....	157
11.6. Konservasi Momentum Linear	157
11.7. Tumbukan Elastis Satu Dimensi	158
BAB 12 DINAMIKA ROTASI II	167
12.1. Gerak Menggelinding	168
12.2. Momen Inersia.....	170
12.3. Energi Kinetik Gerak Menggelinding	171



12.4. Gesekan dan Gerak Menggelinding	172
12.5. Momentum Angular	176
12.6. Momentum Angular pada Sistem Partikel.....	180
12.7. Momentum Angular pada Benda Tegar Berotasi	181
BAB 13 STATIKA.....	187
13.1. Kesetimbangan	188
13.3. Ragam Kesetimbangan	191
BAB 14 ELASTISITAS	199
14.1. Sifat Elastis.....	200
14.2. Modulus Elastisitas.....	202
14.3. Hukum Hooke	206
14.4. Tegangan	210
14.5. Regangan.....	216
14.6. Deformasi	221
BAB 15 FLUIDA	227
15.1. Zat Fluida.....	228
15.2. Densitas	229
15.3. Tekanan	230
15.4. Prinsip Pascal.....	237
15.5. Prinsip Archimedes	241
15.6. Kapilaritas.....	245
15.7. Fluida Dinamis	247
BAB 16 GETARAN HARMONIK.....	255
16.1. Osilasi Harmonik.....	256
16.2. Osilasi Harmonik Sederhana	258
16.3. Osilasi Harmonik Kompleks	268
BAB 17 GRAVITASI DAN PLANET	281
17.1. Gravitasi Newton.....	282
17. 2. Gravitasi di Bumi	284
17.3. Energi Potensial dan Gaya Gravitasi	287
17.4. Hukum Gerak Planet	289
17.5. Satelit: Orbit dan Energi.....	292
17.6. Gravitasi Einstein	294
DAFTAR PUSTAKA.....	297
RIWAYAT PENULIS.....	299



BAB 1

PENGUKURAN

Sains dan teknik merupakan ilmu yang berdasarkan pada pengukuran dan perbandingan, sehingga diperlukan sebuah aturan mengukur dan membandingkan suatu besaran. Selain itu diperlukan juga eksperimen untuk menetapkan satuan pengukuran serta perbandingan dari besaran tersebut, dan adapun ilmu fisika digunakan untuk merancang dan melaksanakan hal-hal tersebut.

Fisika mempelajari keadaan dan sifat-sifat benda serta perubahannya, fenomena-fenomena alam serta hubungan antara satu fenomena dengan fenomena lainnya. Fisika berhubungan dengan materi dan energi, dengan hukum-hukum yang mengatur gerakan partikel dan gelombang, dengan interaksi antar partikel, dan dengan sifat-sifat molekul, atom dan inti atom, serta dengan sistem-sistem berskala lebih besar seperti gas, zat cair, dan zat padat. Oleh karena itu maka tak khayal fisika sering kali dianggap sebagai ilmu pengetahuan yang paling fundamental dari semua bidang sains yang lain.

Dalam bidang SAINSTEK banyak dilakukan riset-riset yang tidak lepas dari aktivitas pengukuran yang memerlukan berbagai alat ukur dan melibatkan besaran-besaran yang memiliki satuan dan dimensi.



Gambar 1.1. Ilustrasi Bab Pengukuran ([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))

1.1. Besaran

Besaran fisika adalah sifat benda atau gejala alam yang dapat diukur. Mengukur besaran fisika dengan satuannya masing-masing adalah dengan menggunakan perbandingan tetap terhadap suatu standar. Standar pokok harus dapat diperoleh dan seragam/tetap. Besaran adalah keadaan dan sifat-sifat benda yang dapat diukur. Besaran sika dibedakan menjadi dua yaitu besaran pokok dan besaran turunan.

Besaran pokok adalah besaran yang paling sederhana yang tidak dapat dinyatakan dengan besaran lain yang lebih sederhana. Dikenal terdapat tujuh macam besaran pokok yang telah disepakati oleh konvensi ahli fisika dunia yaitu panjang, massa, waktu, arus listrik, suhu, jumlah zat dan intensitas cahaya. Sedangkan besaran turunan adalah besaran yang dapat atau bisa diturunkan dari besaran pokok. Besaran turunan ini memiliki besar dan arah.



Tabel 1.1. Satuan Besaran

A) Besaran Pokok		B) Besaran Turunan	
Besaran Pokok	Satuan	Besaran Turunan	Satuan
Panjang	Meter	Kecepatan	m/s
Massa	Kilogram	Percepatan	m/s ²
Waktu	Sekon	Usaha	Joule
Arus listrik	Ampere	Energi	Joule
Suhu termodinamika	Kelvin	Daya	Watt
Jumlah zat	Mol	Tekanan	Pascal

1.2. Satuan SI

Satuan adalah nama yang di tetapkan untuk mengukur suatu besaran, misalnya satuan meter untuk besaran panjang. Satuan Sistem Internasional (SI) besaran turunan didefinisikan dengan satuan besaran pokok. Misalnya, satuan SI untuk besaran turunan daya yaitu watt (W), dalam satuan besaran pokok untuk massa, panjang dan waktu didefinisikan sebagai.

$$1 \text{ watt} = 1 \text{ W} = 1 \text{ kg.m}^2 / \text{s}^3$$

Untuk menyatakan sebuah besaran dengan nilai yang sangat besar atau sangat kecil kita dapat menggunakan notasi ilmiah perkalian faktor 10 pangkat. Seperti contoh di bawah ini

$$3.000.000.000 \text{ m} = 3 \times 10^9 \text{ m} \quad | \quad 0,000 \ 000 \ 03 \text{ s} = 3 \times 10^{-7} \text{ s}$$



Atau dapat juga dinyatakan dengan simbol huruf dari kata bahasa latin yang menyatakan banyaknya suatu bilangan seperti misalnya untuk

Menyatakan daya listrik

$$1,27 \times 10^9 \text{ watt} = 1,27 \text{ gigawatt} = 1,27 \text{ GW}$$

Interval waktu

$$2,35 \times 10^{-9} \text{ s} = 2,35 \text{ nanosekon} = 2,35 \text{ ns}$$

Tabel 1.2. Notasi Latin Faktor 10 Pangkat

Faktor	Awalan	Simbol
10^{24}	Yotta	Y
10^{21}	Zella	Z
10^{18}	Eksa	E
10^{15}	Peta	P
10^{12}	Tera	T
10^9	Giga	G
10^6	Mega	M
10^3	Kilo	K
10^2	Hekto	H
10^1	Deka	Da
10^{-1}	Dem	d
10^{-2}	Senti	c
10^{-3}	Milli	m
10^{-6}	Micro	μ
10^{-9}	Nano	n



Faktor	Awalan	Simbol
10^{-12}	Piko	p
10^{-15}	Femto	f
10^{-18}	Atto	a
10^{-21}	Zepto	z
10^{-24}	Yokto	Y

1.3. Konversi Satuan

Mengubah satuan besaran fisika yang dapat kita lakukan dengan metode konversi satuan yang setara. Pengukuran asli dengan konversi atau rasio antara satuan-satuan yang setara. Misalnya ialah besaran waktu, 1 menit dan 60 detik menunjukkan rentan waktu yang sama.

$$\frac{1 \text{ menit}}{60 \text{ s}} = 1 \quad \text{dan} \quad \frac{60 \text{ s}}{1 \text{ menit}} = 1$$

Dengan demikian, rasio (1 menit)/(60 s) dan (60 s)/(1 menit) dapat di gunakan sebagai faktor konversi. Namun perlu diingat bahwa hal itu tentunya tidaklah sama dengan menulis $\frac{1}{60} = 1$ (tanpa menulis satuan), karena tiap angka dan setuannya harus di tulis bersamaan.

Pengalihan besaran apapun dengan satuan akan menghasilkan besaran yang tidak berubah, maka kita menggunakan faktor konversi. Pada konversi, kita menggunakannya untuk menghilangkan dan mendapatkan satuan yang diinginkan. Contoh konversi diberikan sebagai berikut:

$$\text{Konversi Waktu 2 jam} = \text{sekon?} \quad (2) \times (3600) = 7.200 \text{ sekon}$$



Konversi panjang 10 meter = km? $(10) / (1000) = 0,01$ km

Konversi Massa 10 kg = gram? $(10) \times (1000) = 10.000$ gram

1.4. Panjang

Satuan SI-nya adalah meter, yang didefinisikan sebagai panjang lintasan yang ditempuh oleh cahaya di dalam ruang waktu selama interval waktu 1/299 792 458 detik. Interval waktu ini di pilih agar kecepatan cahaya c menjadi tepat, di mana nilai adalah $C = 299\,792\,458$ m/s. Tabel 1.3 menunjukkan cakupan panjang dalam meter, mulai dari alam semesta sampai ke objek yang sangat kecil.

Tabel 1.3. Beberapa perkiraan panjang

Pengukuran	Panjang dalam Meter
Jarak ke galaksi yang pertama terbentuk	2×10^{26}
Jarak ke galaksi Andromeda	2×10^{22}
Jarak ke bintang terdekat ProximaCentauri	4×10^{16}
Jarak ke Pluto	6×10^{12}
Jari jari Bumi	6×10^6
Tinggi Gunung Everest	9×10^3
Ketebalan halaman ini	1×10^{-4}
Panjang virus	1×10^{-8}
Jari jari atom hidrogen	5×10^{-11}
Jari jari proton	1×10^{-15}



1.5. Waktu

Satuan SI waktu adalah detik / second. Satu detik adalah waktu yang ditempuh oleh 9.192.631.770 osilasi cahaya yang dipancarkan oleh atom Cesium-133. Jam atom sangat konsisten, sehingga dua buah jam cesium, baru akan terbaca berbeda lebih dari 1 detik setelah bergerak selama 6000 tahun Tabel 1.4 menunjukkan beberapa pengukuran waktu, dari yang paling awal setelah Big bang, di mana hukum fisika seperti yang kita ketahui dapat diterapkan.

Tabel 1.4. Pengukuran Waktu dalam Detik

Pengukuran	Waktu dalam detik
Waktu hidup proton (perkiraan)	3×10^{40}
Umur alam semesta	5×10^{17}
Umur piramida Chops	1×10^{11}
Harapan hidup manusia	2×10^9
Waktu dalam 1 hari	9×10^4
Jarak waktu antara detak jantung manusia	8×10^{-1}
Waktu hidup muon	1×10^{-6}
Pulsa cahaya lab terpendek	1×10^{-16}
Waktu hidup dari partikel paling tidak stabil	1×10^{-23}
Waktu planck	1×10^{-43}

1.6. Massa

Kilogram adalah standar SI untuk massa. Adapun definisinya adalah sebuah silinder dari platinum-iridium yang tersimpan



dengan konvensi internasional, itulah disepakati oleh para ahli fisika sebagai massa dari 1 kilogram.

Selain itu ada juga standar massa kedua. Massa atom dapat dibandingkan antara satu dengan yang lainnya secara lebih teliti dari pada membandingkannya dengan kilogram standar. Inilah alasannya dibuat standar massa kedua, yaitu atom karbon-12, dengan konvensi internasional juga telah ditetapkan sebagai massa dari 12 satuan massa atom (u). Hubungan antara dua satuan tersebut adalah $1 \text{ u} = 1,66 \ 054 \ 02 \times 10^{-27} \text{ kg}$, dengan ketidakpastian ± 10 pada dua tempat desimal terakhir.

Tabel 1.5. Pengukuran Massa dalam Kilogram

Objek	Massa dalam Kilogram
Alam semesta	1×10^{53}
Galaksi kita	2×10^{41}
Matahari	2×10^{30}
Bulan	7×10^{22}
Asteroid Eros	5×10^{15}
Pegunungan kecil	1×10^{12}
Kapal Laut	7×10^7
Gajah	5×10^3
Buah Anggur	3×10^{-3}
Partikel debu	7×10^{-10}
Molekul Penisilin	5×10^{-17}
Atom uranium	4×10^{-25}
Proton	2×10^{-27}
Elektron	9×10^{-31}



1.7. Analisis Dimensi

Besaran dapat dinyatakan oleh suatu simbol yang disebut dimensi. Untuk besaran pokok panjang, massa, dan waktu berturut-turut mempunyai dimensi [L], [M], dan [T]. Untuk dimensi besaran fisika (pokok) lainnya dapat kita lihat pada Tabel 1.6.

Tabel 1.6. Dimensi Besaran Fisika (Pokok)

Besaran Fisika	Satuan	Simbol	Dimensi
Panjang	meter	m	L
Massa	kilogram	Kg	M
Waktu	Sekon	S	T
Arus listrik	Ampere	A	I
Suhu termodinamika	Kelvin	K	-
Jumlah zat	Mol	Mol	N
Intensitas cahaya	Candela	Cd	J

Dimensi dalam fisika mencirikan sifat fisis dari suatu besaran. Massa suatu benda, walaupun dapat dinyatakan dalam berbagai satuan massa, tetap hanya memiliki sifat fisis massa. Dimensi itu seperti suatu variabel aljabar, kita tidak dapat menjumlahkan massa sebuah benda dengan periode getaran benda, karena dua besaran tersebut berbeda dimensinya ataupun menjumlah satu meter dengan satu detik, itu juga tidak ada maknanya. Hanya dua besaran yang berdimensi sama yang dapat diterapkan penjumlahan dan pengurangan. Dalam sebuah persamaan, dimensi ruas kiri dan ruas kanan mestilah sama. Dari prinsip-prinsip ini, kita dapat menggunakan analisa dimensi untuk mengecek kebenaran suatu persamaan besaran fisika. Sebagai contoh bila diberitahukan persamaan jarak tempuh dengan percepatan konstan $x(t) = v \cdot t + \frac{1}{2} a \cdot t^2$. Dimensi dari persamaan tersebut $[x] = L$; $[v] =$



L/T ; $[a] = L/T^2$; $[t] = T$. dengan L adalah dimensi panjang, T adalah dimensi waktu, dan M adalah dimensi massa. Tampak jelas bahwa dimensi di ruas kanan sama dengan dimensi di ruas kiri sama.

1.8. Angka Penting

Dalam pengukuran, hasil ukur selalu terdiri dari beberapa angka pengukuran yang pasti serta satu atau dua angka (terakhir) pengukuran yang tidak pasti atau berupa perkiraan. Ralat dari pengukuran biasanya diambil dari skala terkecil atau setengah skala terkecil alat ukur yang dipakai. Hasil pengukuran yang berada dalam daerah ralat (ketidakpastian) merupakan hasil perkiraan pengukuran, sehingga tidak pasti nilainya.

Angka penting adalah angka hasil pengukuran yang terdiri dari beberapa angka pasti dan satu angka ralat / perkiraan. Terkait dengan penulisan hasil pengukuran, terdapat aturan tentang angka penting sebagai berikut

- Angka nol di depan, yang menunjukkan letak koma desimal, bukanlah angka penting, misalnya 0,00025 hanya terdiri dari dua angka penting (dua dan lima).
- Angka nol di belakang dapat merupakan angka penting, tapi juga dapat sekedar untuk menunjukkan letak koma desimal. Karena ketidakjelasan ini, maka penulisan hasil pengukuran hendaknya dinyatakan dalam notasi ilmiah. Sebagai contoh, 0,00025 m dituliskan sebagai $2,5 \times 10^{-4}$ m, bila hanya terdiri dari dua angka penting.
- Angka nol di belakang juga merupakan angka hasil pengukuran, misalnya 0,000250 m hendaknya ditulis sebagai $2,50 \times 10^{-4}$ m, yang menunjukkan bahwa nol terakhir juga merupakan angka penting.

Dalam operasi penjumlahan, pengurangan, pengalihan, dan pembagian dua angka penting berlaku kaidah-kaidah berikut. Bila angka pasti dioperasikan (dijumlah, dikurang, dikali atau dibagi) dengan angka pasti hasilnya angka pasti. Jika angka perkiraan ketemu dengan angka perkiraan, hasilnya adalah angka perkiraan.



Sementara untuk angka perkiraan bertemu dengan angka akan menghasilkan angka perkiraan, yang kalau hasilnya dua angka, maka angka yang di depan adalah angka pasti sedangkan yang terakhir adalah angka perkiraan. Sedangkan untuk perkalian dan pembagian, hasil kali atau hasil baginya akan memiliki jumlah angka penting yang sama dengan angka penting yang paling sedikit.

Studi Kasus

Sebuah bola dawai memiliki radius R . Berapakah panjang total dawai pada bola jika sisi penampang dawai dinyatakan dalam s ?

Solusi: Mengasumsikan bentuk penampang dawai adalah persegi dengan panjang sisi s . Kemudian, dengan luas penampang dan panjang L dawai menempati volume sebesar luas penampang dawai dikalikan panjangnya.

$$s^2 L = \frac{4}{3} \pi R^3$$

dari persamaan tersebut kita bisa dapatkan nilai panjang dawai sebagai

$$L = \frac{4 \pi R^3}{3 s^3}$$

Rangkuman

- Pengukuran dalam fisika didasarkan pada pengukuran besaran fisika. Besaran fisika dipilih sebagai besaran pokok (seperti panjang, waktu dan massa) masing-masing telah didefinisikan standarnya dan di berikan satuan ukurannya (seperti meter, detik dan kilogram).



- Satuan SI sistem yang digunakan adalah sistem Satuan Internasional (SI).
- Mengubah Satuan Konversi satuan dapat dilakukan dengan menggunakan konversi link-berantai yaitu mengalikan data asli secara berurutan dengan faktor-faktor konversi yang ditulis sebagai satu kesatuan dan satuan-satuan manipulasi seperti besaran aljabar hingga diperoleh satuan yang dikehendaki.
- Panjang Meter didefinisikan sebagai jarak yang ditempuh cahaya selama interval waktu tertentu.
- Waktu Detik didefinisikan sebagai osilasi dari cahaya yang didefinisikan oleh sumber atom. Sinyal waktu yang akurat dikirimkan ke seluruh dunia menggunakan sinyal radio yang dikunci ke jam atom di laboratorium standarisasi.
- Massa Kiloigram didefinisikan sebagai massa dari platinum-iridium standar yang tersimpan dekat paris. Untuk pengukuran dalam skala atom digunakan satuan atom yang biasanya didefinisikan sebagai massa atom karbon 12.
- Besaran dapat dinyatakan oleh suatu simbol yang disebut dimensi. Untuk besaran pokok panjang, massa, dan waktu berturut-turut mempunyai dimensi [L], [M], dan [T].
- Angka penting adalah angka hasil pengukuran yang terdiri dari beberapa angka pasti dan satu angka ralat / perkiraan.



BAB 2

VEKTOR

Ilmu fisika terdapat banyak besaran yang mempunyai nilai dan arah, sehingga membutuhkan matematika khusus yaitu vektor untuk menyatakan besaran tersebut. Dalam fisika dan teknik sering kali menggunakan vektor untuk menjelaskan fenomena-fenomena yang terjadi dalam ruang lingkungannya. Karena konsep tentang vektor banyak digunakan, maka pada bab ini kita akan mempelajari dasar-dasar tentangnya.



Gambar 2.1. Ilustrasi Bab Vektor ([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))

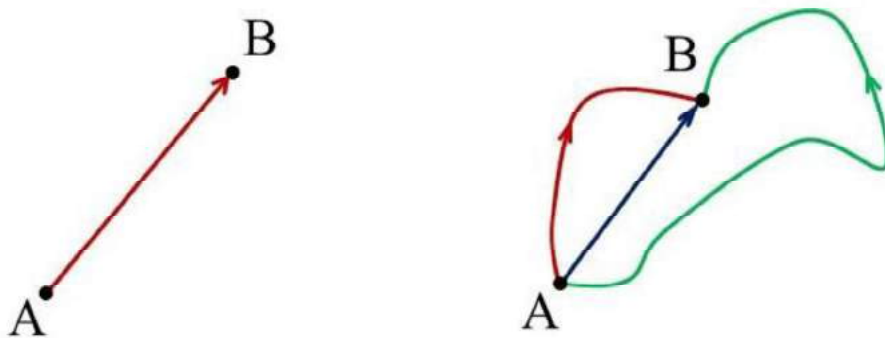
2.1. Besaran Vektor

Ada tiga jenis besaran dalam fisika yaitu besaran skalar, vektor, dan tensor. Besaran skalar adalah besaran yang hanya memiliki nilai. Vektor adalah besaran yang memiliki nilai dan



arah. Sedangkan tensor adalah generalisasi dari vektor yang menggambarkan hubungan multilinear dan terkait dengan ruang vektor. Adapun yang kita bahas dalam bab ini adalah tentang vektor. Benda yang bergerak dalam ruang dimensi dapat dinyatakan dengan menggunakan vektor. Besaran vektor yang paling sederhana adalah perpindahan atau perubahan posisi. Sebuah vektor yang menyatakan perpindahan disebut vektor perpindahan, begitu juga dengan vektor percepatan yang menunjukkan percepatan atau perlambatan.

Sebuah vektor mempunyai nilai dan arah yang mengikuti aturan kombinasi khusus yang dapat kita sebut sebagai aturan vektor. Pada gambar 2.2. vektor dari arah A ke B, mempunyai nilai yang sama dengan dari B ke A namun dengan arah yang berbeda. Vektor-vektor ini merupakan vektor perpindahan yang identik dan menunjukkan perubahan posisi yang sama. Sebuah vektor dapat digeser tanpa mengubah nilai-nilainya apabila panjang dan arahnya tidak diubah. Vektor perpindahan tidak memperhatikan bagaimana lintasan suatu objek. Sebagai contoh, pada gambar 2.2 (kanan) tiga lintasan yang menghubungkan titik A dan B, mempunyai vektor perpindahan yang sama. Vektor perpindahan hanya menunjukkan hasil dari pergerakan posisi awal dan akhirnya, bukan bagaimana lintasan gerakan itu sendiri.

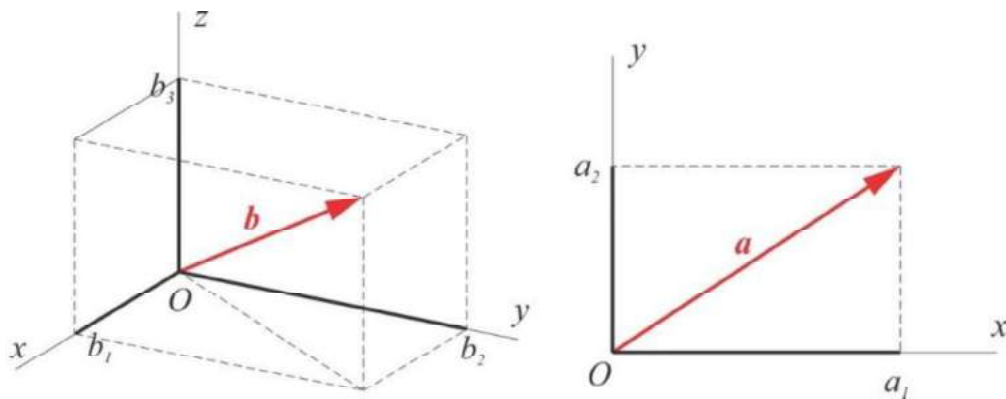


Gambar 2.2. Vektor Perpindahan



2.2. Komponen Vektor

Komponen sebuah vektor adalah proyeksi vektor tersebut pada suatu sumbu. Sebagai contoh, pada gambar 2.3, a_x adalah komponen vektor a pada sepanjang sumbu x dan a_y adalah komponen vektor a sepanjang sumbu y . Untuk mendapatkan proyeksi dari sebuah vektor sepanjang sumbu, kita tarik garis kedua ujung vektor terhadap sumbu.



Gambar 2.3. Komponen Vektor

Sebuah komponen vektor mempunyai arah yang sama dengan vektor. Pada gambar 2.2, a_x dan a_y keduanya positif karena vektor a memanjang positif di kedua sumbu. Umumnya sebuah vektor mempunyai tiga komponen, meskipun pada kasus dua dimensi, komponen vektor z sama dengan nol. Kita dapat mencari komponen dari a pada gambar 2.2 secara geometri dari bentuk segitiga siku-sikut, apabila dinyatakan dalam rumus maka didapatkan bahwa

$$a_x = a \cos \theta \quad \text{dan} \quad a_y = a \sin \theta \quad 2-1$$

2.3. Vektor Satuan

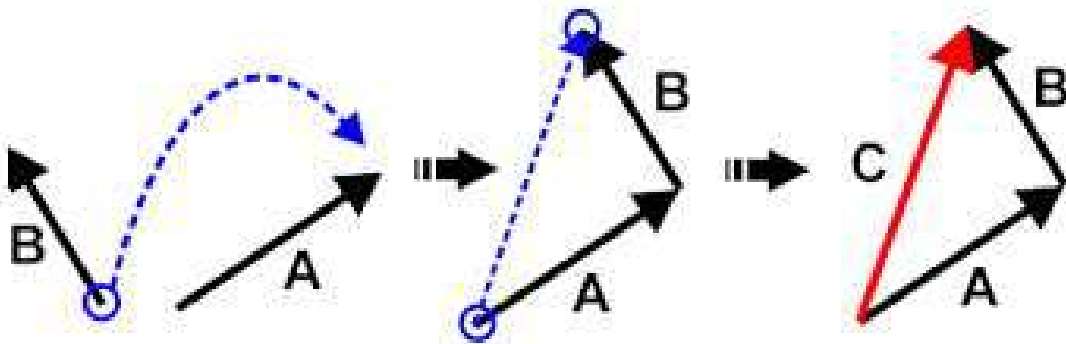
Vektor satuan adalah sebuah vektor yang mempunyai nilai dan arah tertentu. Vektor satuan tidak mempunyai dimensi dan satuan, tujuannya hanya untuk menunjukkan arah. Vektor satuan sangat berguna untuk menyatakan vektor, sebagai contoh kita dapat mengekspresikan \vec{a} dan \vec{b} sebagai berikut

$$\vec{a} = a_x i + a_y j \quad \text{dan} \quad \vec{b} = b_x i + b_y j \quad 2-2$$

2.4. Penjumlahan Vektor

Sebut saja sebuah objek bergerak dari titik a ke b, lalu berlanjut dari b ke c seperti pada gambar 2.4. Diagram menampilkan keseluruhan perpindahan, dengan dua vektor perpindahan A dan B. Kita dapat menunjukkan hubungan antara ketiga vektor pada gambar 3 tersebut dengan persamaan vektor

$$\vec{S} = \vec{A} + \vec{B} \quad 2-3$$



Gambar 2.4. Penjumlahan Vektor

Gambar di atas menunjukkan cara menambahkan vektor a dan b dalam dua dimensi secara geometris. Metodenya adalah sebagai berikut. Pertama buatlah sketsa vektor A dengan skala dan sudut yang tepat. Selanjutnya sketsakan vektor B dengan skala yang



sama. Lalu jumlah vektor S adalah vektor yang dimulai dari pangkal vektor A (titik a) sampai kepada ujung vektor B (anggap saja titik c). Penambahan vektor dengan definisi tersebut, mempunyai mempunyai dua sifat penting yakni menambahkan A dengan B (A+B) memberikan hasil yang sama dengan menambahkan B dengan A (B+A). Atau dengan kata lain berlaku hukum kuantitatif.

$$\vec{A} + \vec{B} = \vec{B} + \vec{A} \quad 2-4$$

Kedua, untuk kasus lebih dari dua vektor, kita dapat menambahkan vektor-vektor tersebut dalam urutan bebas. Jadi, jika kita ingin menambahkan vektor A, B, dan C kita bisa menambahkan lebih dahulu A dan B, kemudian menambahkan jumlah vektornya dengan C. Ataupun sebaliknya seperti persamaan di bawah ini, yang mana itu berarti berlaku hukum asosiatif.

$$(\vec{A} + \vec{B}) + \vec{C} = \vec{A} + (\vec{B} + \vec{C}) \quad 2-5$$

Vektor -B adalah vektor yang mempunyai nilai yang sama dengan vektor B, tetapi arahnya berlawanan. Penambahan dua buah vektor tersebut akan menghasilkan.

$$\vec{B} + (-\vec{B}) = 0 \quad 2-6$$

Jadi, penambahan -B mempunyai efek mengurangi B. Kita dapat menggunakan sifat ini untuk menetapkan selisih antara dua vektor, misal $D = A - B$. Perhatikanlah persamaan pengurangan vektor berikut ini



$$\vec{D} = \vec{A} - \vec{B} = \vec{A} + (\vec{-B}) \quad 2-7$$

Sama halnya aljabar kita bisa memindahkan suku vektor dari satu sisi ruas persamaan vektor ke sisi ruas yang lain, dengan harus mengubah tandanya. Sebagai contoh, jika kita diberi persamaan di atas dan harus mencari jawaban untuk A, kita dapat menyusun ulang persamaan tersebut menjadi

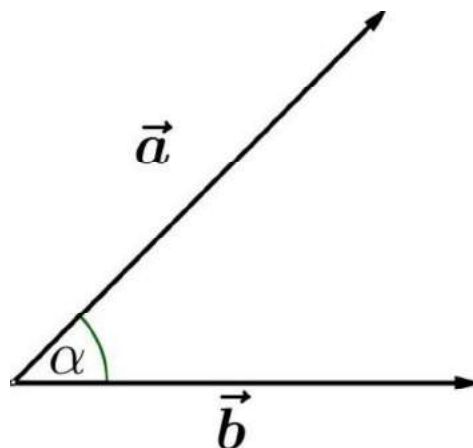
$$\vec{A} - \vec{B} = \vec{D} \quad \text{atau} \quad \vec{A} = \vec{D} + \vec{B} \quad 2-8$$

2.5. Perkalian Vektor

Pada vektor dapat berlaku operasi perkalian. Konsep perkalian antar vektor sangat bermanfaat dalam perumusan. Konsep perkalian besaran vektor sangatlah berbeda dengan konsep perkalian besaran skalar atau bilangan, dan memiliki definisi tersendiri. Dua buah vektor yang dikalikan dapat menghasilkan sebuah besaran skalar maupun besaran vektor baru.

Perkalian yang menghasilkan skalar disebut sebagai perkalian skalar atau perkalian titik (dot product), dan didefinisikan sebagai

$$a \cdot b = |a| \cdot |b| \cos \alpha \quad 2-9$$



Gambar 2.5. Perkalian Dot Vektor



Perkalian yang menghasilkan vektor disebut sebagai perkalian silang (cross product), dan didefinisikan sebagai

$$\vec{a} = a_x i + a_y j + a_z k$$

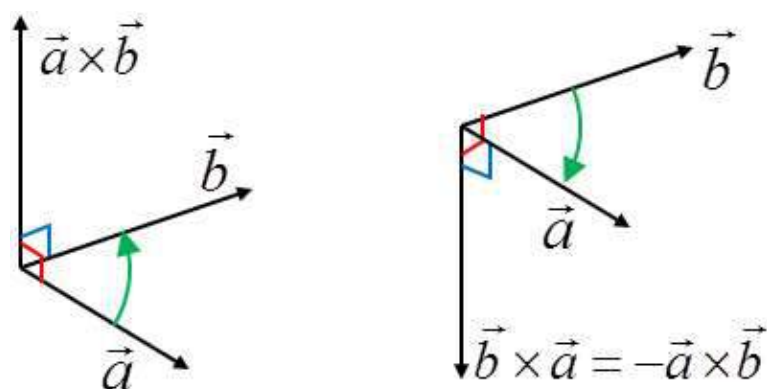
$$\vec{b} = b_x i + b_y j + b_z k$$

$$\vec{c} = \vec{a} \times \vec{b}$$

$$\vec{c} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} & \vec{k} \\ a_x & a_y & a_z \\ b_x & b_y & b_z \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{j} \\ a_x & a_y \\ b_x & b_y \end{vmatrix} - \begin{vmatrix} \vec{i} & \vec{k} \\ a_x & a_z \\ b_x & b_z \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} \vec{j} & \vec{k} \\ a_y & a_z \\ b_y & b_z \end{vmatrix}$$

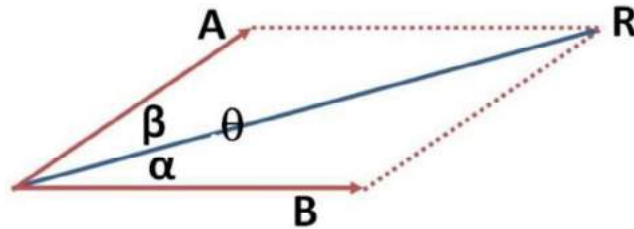
$$\vec{c} = (a_y b_z - a_z b_y) \vec{i} + (a_z b_x - a_x b_z) \vec{j} + (a_x b_y - a_y b_x) \vec{k} \quad 2-10$$

Nilai vektor a kali dikalisilangkan vektor b tidaklah sama dengan vektor b dikalisilangkan dengan vektor a seperti yang digambarkan di bawah ini



Gambar 2.6. Perkalian Cross Vektor

Untuk nilai sudut hasil perkalian silang vektor a dan vektor b kita dapat menggunakan persamaan berikut



$$\frac{A}{\sin \alpha} = \frac{B}{\sin \beta} = \frac{R}{\sin \theta} \quad 2-11$$

2.6. Resultan Vektor

Dua buah vektor atau lebih bisa kita tentukan nilai resultannya dengan rumusan di bawah ini yang dapat dipakai secara umum untuk berbagai keadaan atau permasalahan terkait resultan vektor. Begitupun juga untuk mencari nilai sudut dari resultan yang dihasilkan dari vektor-vektor tersebut.

$$R = \sqrt{a^2 + b^2 + 2a b \cos \theta} \quad 2-12$$

$$\cos \theta = \frac{R^2 - a^2 - b^2}{2a b} \quad 2-13$$

Studi Kasus

- Kapal yang meninggalkan pelabuhan terlihat pada jarak 120 km, dengan arah membentuk sudut sebesar 53° dari titik O. Di mana posisi kapal saat itu pada arah timur dan utara dari pelabuhan?

Solusi: Posisi kapal pada arah timur dan utara pada kasus ini tak lain adalah vektor yang diproyeksikan terhadap sumbu x (timur) dan sumbu y (utara). Sehingga untuk posisi pada arah timur besarnya adalah $K_x = K \cos \theta = 120 \cos 53^\circ$, dan posisi



arah utara besarnya adalah $K_y = K \sin \theta = 120 \sin 53^\circ$. Dengan demikian didapatkanlah posisi pada arah timur dan utara masing-masing sebesar 72 km dan 96 km.

- Berapa sudut yang dibentuk oleh vektor $P = 6i - 8j$ dan $Q = -4i + 6k$

Solusi: Dengan menggunakan persamaan 2-9.

- Berapakah hasil dari vektor $P \times Q$ di atas

Solusi: Dengan menggunakan persamaan 2-10.

Rangkuman

- Ada tiga jenis besaran dalam fisika yaitu besaran skalar, vektor, dan tensor. Besaran skalar adalah besaran yang hanya memiliki nilai. Vektor adalah besaran yang memiliki nilai dan arah. Sedangkan tensor adalah generalisasi dari vektor yang menggambarkan hubungan multilinier dan terkait dengan ruang vektor.
- Vektor perpindahan tidak memperhatikan bagaimana lintasan suatu objek. Vektor perpindahan hanya menunjukkan hasil dari pergerakan posisi awal dan akhirnya, bukan bagaimana lintasan gerakan itu sendiri.
- Dalam penjumlahan vektor berlaku hukum kuantitatif dan asosiatif
- Komponen sebuah vektor adalah proyeksi vektor tersebut pada suatu sumbu, a_x adalah komponen vektor a pada sepanjang sumbu x dan a_y adalah komponen vektor a sepanjang sumbu y . Untuk mendapatkan proyeksi dari sebuah vektor sepanjang sumbu, kita dapat tarik garis kedua ujung vektor terhadap sumbu.



- Pada vektor dapat berlaku operasi perkalian. Dua buah vektor yang dikalikan dapat menghasilkan sebuah besaran skalar maupun besaran vektor baru. Perkalian yang menghasilkan skalar disebut sebagai perkalian skalar atau perkalian titik (dot product). Perkalian yang menghasilkan vektor disebut sebagai perkalian silang (cross product).



BAB 3

KINEMATIKA

SATU DIMENSI

Kinematika adalah ilmu yang mempelajari suatu objek bergerak. Dunia dan seisinya bergerak. Bahkan sesuatu yang tampak seperti diam di bumi, sebenarnya dia relatif bergerak sesuai rotasi bumi. Dengan memanfaatkan ilmu ini para ahli geologi dan geofisika bisa menghitung gerak lempeng tektonik dan memperkirakan gempa. Dan tentunya selain hal masih banyak lagi faedah yang digunakan dari ilmu tentang gerak. Pada bab ini kita mempelajari dasar mekanika tentang gerak, di mana suatu objek bergerak sepanjang garis lurus satu dimensi atau yang disebut juga sebagai gerak satu dimensi.



Gambar 3.1. Ilustrasi Bab Kinematika Satu Dimensi
([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))



3.1. Gerak

Kinematika adalah salah cabang ilmu mekanika yang membahas gerak suatu objek tanpa melihat penyebab geraknya. Jika suatu benda bergerak hanya karena pengaruh eksternal, maka gerak keseluruhan benda dapat diwakili oleh gerak titik pusat massanya. Objek bergerak bisa berupa partikel (kita sebut sebuah titik). Objek yang bergerak seperti partikel (di mana setiap bagian bergerak dalam arah dan kecepatan yang sama), misalnya sebuah benda padat yang bergerak meluncur dapat dipertimbangkan bergerak seperti sebuah partikel. Kaitannya dalam bab ini maka sifat gerak dibatasi oleh pernyataan bahwa gerak hanya berada di sepanjang garis lurus dan bergerak oleh karena faktor eksternal.

Kondisi gerak suatu titik objek ditentukan oleh perubahan posisi partikel sebagai fungsi waktu. Dalam mekanika waktu dianggap bergantung pada sistem kerangka acuan fisis, sehingga waktu di sini hanya sebagai besaran yang mengalir bebas dari besaran-besaran lainnya. Bila fungsi posisi terhadap sudah diketahui, maka keadaan geraknya juga sudah dapat kita ketahui. Tetapi terkadang dalam banyak kasus, fungsi posisi terhadap waktu itu tidak diketahui, dan hanya diketahui dalam bentuk besaran-besaran. Sehingga kita perlu mendefinisikan dan meninjaunya terlebih dahulu.

3.2. Posisi dan Perpindahan

Menempatkan suatu objek itu berarti kita sudah menentukan posisi relatifnya terhadap suatu titik acuan, seperti biasanya titik asal atau titik nol dari suatu sumbu. Posisi menyatakan di mana letak suatu titik objek itu berada, sedangkan perpindahan perubahan posisi objek tersebut saat apabila ia bergerak.

Sebut saja sebagai contoh, suatu objek berada pada $x = 3 \text{ m}$. berarti objek tersebut berada sejauh 3 m di arah positif dari titik asal. Seandainya terletak pada $x = -3 \text{ m}$, itu artinya lokasi objek tersebut akan sama jauhnya dari titik asal tetapi pada arah sumbu negatif. Perubahan dari posisi awal ke posisi akhir atau posisi satu ke posisi lainnya didefinisikan dengan persamaan



$$\Delta x = x_2 - x_1$$

3-1

Contoh lain, bila objek bergerak dari $x_1 = 3$ m ke $x_2 = 8$ m, maka $\Delta x = (8) - (3 \text{ m}) = +5$ m. Hasil bertanda positif menunjukkan bahwa pergerakan dalam arah positif dan posisi akhir juga berada di sumbu positif. Tetapi bila partikel bergerak dari $x_1 = 8$ m ke $x_2 = 2$ m, maka $\Delta x = (2 \text{ m}) - (8 \text{ m}) = -6$ m. Hasil bertanda negatif tersebut menunjukkan bahwa pergerakan dalam arah negatif meski posisi akhir masih berada di sumbu positif.

Perpindahan merupakan besaran vektor, yaitu besaran yang memiliki nilai dan arah. Perpindahan memiliki dua sifat, yang pertama yakni memiliki nilai jarak atau perubahan posisi antara posisi awal dan akhir. Dan yang kedua arah gerakannya dari posisi awal ke posisi akhir yang dapat ditunjukkan dengan tanda positif atau negatif terhadap sepanjang sumbu garis satu dimensi.

3.3. Kecepatan Rata-rata dan Kelajuan Rata-rata

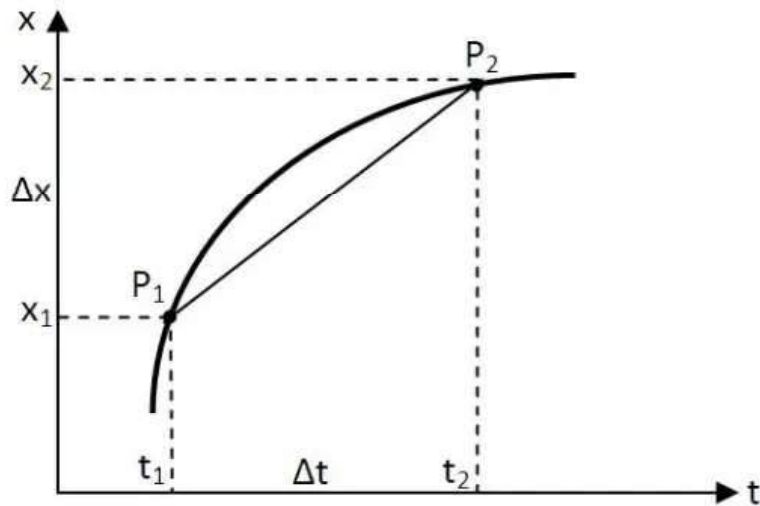
Kecepatan rata-rata didefinisikan sebagai perubahan posisi Δx dibagi interval waktu, di mana perpindahan terjadi selama selang waktu tersebut. Kecepatan rata-rata adalah besaran vektor serta selalu mempunyai tanda yang sama dengan perpindahan Δx , yang mana itu juga berarti bisa positif atau negatif karena memiliki nilai dan arah. Satuan SI untuk besaran ini adalah meter per detik (m/s).

$$v_{\text{avg}} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1} \quad 3-2$$

Pada gambar 3.2 grafik x terhadap t , v_{avg} adalah kemiringan dari garis lurus yang menghubungkan dua titik tertentu pada kurva $x(t)$ satu adalah titik P_2 yang mewakili x_2 dan t_2 dan satu lagi adalah titik P_1 yang mewakili x_1 dan t_1 . Nilai v_{avg} positif



(kemiringan) ditunjukkan dengan garis miring ke kanan atas, sedangkan nilai v_{avg} negatif ditandai dengan garis miring ke kanan bawah.



Gambar 3.2. Grafik Kecepatan Rata-rata

Kelajuan rata-rata didefinisikan sebagai total panjang lintasan dibagi waktu total. Besaran ini untuk menggambarkan seberapa cepat suatu objek bergerak. Kelajuan rata-rata adalah besaran skalar, yang berarti tidak memiliki arah sehingga dengan demikian selalu positif.

$$s_{avg} = \frac{\text{jarak total}}{\Delta t} \quad 3-3$$

Untuk lebih memahami perbedaan antara kecepatan dan kelajuan, secara sederhananya kecepatan adalah kelajuan dalam arah yang diberikan, kelajuan adalah seberapa cepat suatu objek bergerak.



Studi Kasus

Seseorang mengendarai mobil di jalan turunan sejauh 8,4 km dengan kecepatan 70 km/jam, lalu mobil tersebut kehabisan bahan bakar dan berhenti. Orang itu berjalan sejauh 2 km menuju SPBU selama 30 menit.

- a) Berapa pemindahan keseluruhan orang tersebut dari permulaan menyetir sampai di SPBU?

Solusi: Perpindahan Δx orang tersebut sepanjang sumbu x adalah posisi akhir dikurangi posisi awal (asumsikan posisi awalnya dari keadaan diam, $x_1 = 0$), maka perpindahan keseluruhan Anda adalah 10.4 km pada arah positif sumbu x .

- b) Berapa interval waktu Δt dari permulaan orang tersebut menyetir sampai tiba di SPBU?

Solusi: Kita telah mengetahui interval waktu berjalan adalah Δt_{jln} (=0.50 jam), tetapi kita tidak mengetahui interval waktu menyetir Δt_{str} . Namun kita mengetahui perpindahan Δx_{str} adalah 8,4 km dan kecepatan rata-rata $v_{avg, str}$ adalah 70 km/jam. Sehingga yang dapat digunakan di sini adalah

$$\Delta t_{str} = \frac{\Delta x_{str}}{v_{avg, str}} = \frac{8,4 \text{ km}}{70 \text{ km/jam}} = 0,12 \text{ jam}$$

$$\begin{aligned} \text{jadi, } \Delta t &= \Delta t_{str} + \Delta t_{jln} \\ &= 0,12 \text{ jam} + 0,50 \text{ jam} = 0,62 \text{ jam} \end{aligned}$$

- c) Berapa kecepatan rata-rata v_{avg} orang tersebut dari permulaan menyetir sampai tiba di SPBU?

Solusi: Untuk keseluruhan perpindahan 10.4 km dalam interval waktu 0,62 jam, maka



$$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{10,4 \text{ km}}{0,62 \text{ jam}} = 16,8 \text{ km/jam}$$

- d) Andaikan untuk mengisi bensin dan berjalan kembali ke mobil membutuhkan waktu 45 menit. Berapa laju rata-rata s_{avg} dari permulaan orang tersebut menyetir sampai kembali lagi ke mobil setelah mengisi bensin?

Solusi: Total jarak yang ditempuh adalah $8,4 \text{ km} + 2,0 \text{ km} + 2,0 \text{ km} = 12,4 \text{ km}$. Total interval waktu adalah $0,12 \text{ jam} + 0,5 \text{ jam} + 0,5 \text{ jam} = 1,12 \text{ jam}$. Dengan memasukkan nilai-nilai tersebut ke dalam pers. 2-3, diperoleh

$$s_{avg} = \frac{12,4 \text{ km}}{1,12 \text{ jam}} = 11,07 \text{ km/jam}$$

3.4. Kecepatan dan Kelajuan Sesaat

Kecepatan suatu objek yang bergerak pada rentan waktu tertentu. Pada dasarnya ini serupa dengan kecepatan rata-rata tetapi di sini waktunya dipersempit menjadi interval waktu sesaat. Kecepatan pada interval waktu sesaat diperoleh dari kecepatan rata-rata dengan memperkecil interval waktu Δt mendekati nilai nol. Dengan mengecilnya nilai selisih kecepatan rata-rata yang mendekati nilai limit, kecepatan sesaat tersebut didefinisikan menjadi

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt} \quad 3-4$$

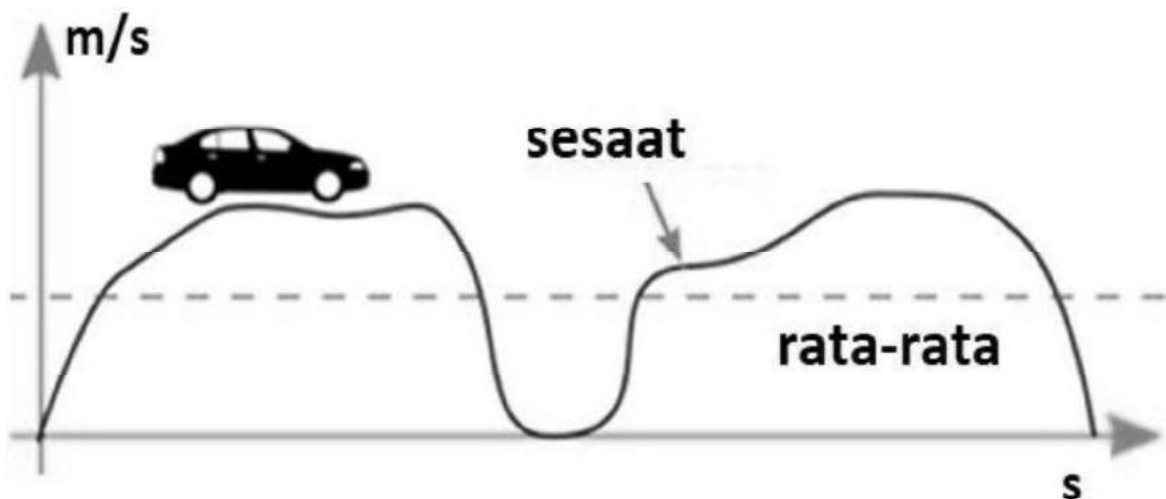
Persamaan di atas memperlihatkan dua hal. Pertama, v adalah kecepatan di mana posisi berubah pada interval waktu sesaat, v adalah turunan pertama dari x terhadap t . Kedua, v pada waktu sesaat adalah kemiringan dari posisi dan waktu pada titik yang mewakili waktu sesaat.



Kelajuan rata-rata didefinisikan sebagai total jarak yang ditempuh dibagi dengan total waktu yang dibutuhkan. Kelajuan sesaat pada waktu tertentu besarnya adalah kecepatan sesaat pada waktu itu

$$S = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta s}{\Delta t} = \frac{ds}{dt} \quad 3-5$$

Untuk lebih memahami kita dapat melihat gambar grafik di bawah ini yang mengilustrasikan secara sederhana tentang kecepatan rata-rata dengan sesaat



Gambar 3.3. Grafik Kecepatan Sesaat dan Rata-rata

Studi Kasus

Suatu objek bergerak sepanjang sumbu x diberikan oleh persamaan $x = 7,8 + 9,2t - 2,1t^3$ dengan x dalam meter dan t dalam detik. Berapa kecepatan partikel tersebut pada $t = 3,5$ s? Dan apakah kecepatannya konstan atau berbeda?

Solusi: Kecepatan merupakan turunan pertama terhadap waktu dari fungsi posisi $x(t)$

$$v = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt} (7,8 + 9,2t - 2,1t^3)$$

$$v = 0 + 9,2 - (3)(2,1)t^2 = 9,2 - 6,3t^2$$

pada $t = 3,5$ s,

$$v = 9,2 - (6,3)(3,5)^2 = -68 \text{ m/s}$$

objek bergerak ke arah x negatif (lihat tanda negatif) dengan kecepatan 68 m/s. Karena kuantitas t masih ada pada turunan pertama dari fungsi posisi, itu artinya kecepatan v bergantung pada nilai waktu dan akan bisa terus berubah.

3.5. Percepatan

Percepatan adalah perubahan kecepatan terhadap interval waktu. Percepatan termasuk besaran vektor karena memiliki nilai dan arah dan juga merupakan turunan pertama kecepatan terhadap waktu atau turunan kedua dari posisi terhadap waktu. Satuan internasional untuk percepatan adalah meter perdetik kuadrat (m/s^2).

Percepatan rata-rata a_{avg} selama interval waktu tertentu Δt adalah

$$a_{\text{avg}} = \frac{v_2 - v_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta v}{\Delta t} \quad 3-6$$

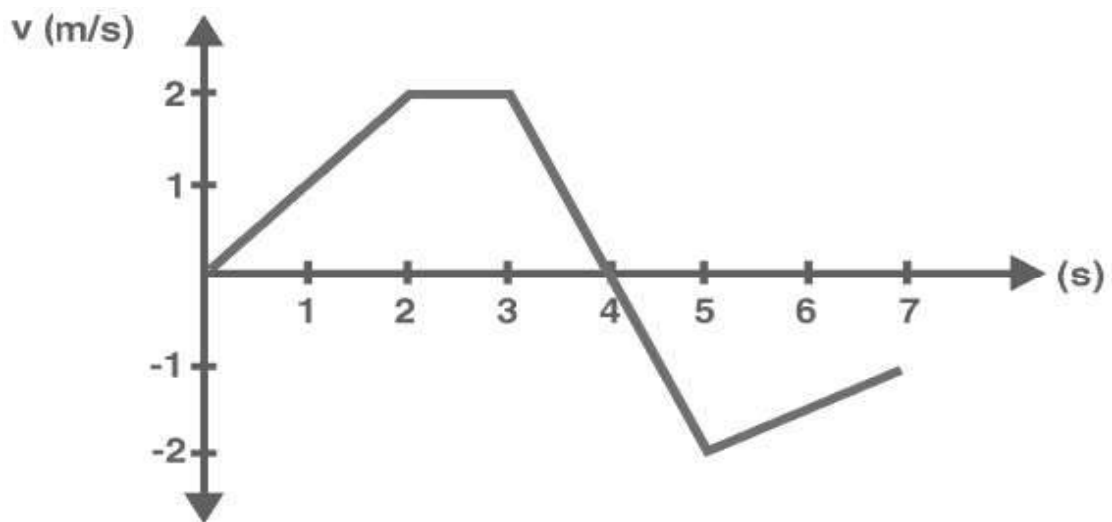
di mana partikel memiliki kecepatan v_1 pada t_1 dan v_2 pada t_2 . Percepatan sesaat adalah rasio perubahan kecepatan selang waktu tertentu seolah interval waktunya menjadi nol. Percepatan



$$a = \frac{dv}{dt}$$

$$a = \frac{dv}{dt} = \frac{d}{dt} \left(\frac{dy}{dt} \right) = \frac{d^2x}{dt^2}$$

Percepatan merupakan besaran vektor, memiliki nilai dan arah. Percepatan dengan nilai positif berada pada sumbu positif dan percepatan dengan nilai negatif berada pada sumbu negatif.



Gambar 3.4. Grafik Kecepatan Terhadap Waktu

Percepatan Konstan

Dalam banyak hal nilai percepatan bisa konstan atau mendekati konstan. Misalnya, umum terjadi pada saat mempercepat laju kendaraan dengan percepatan yang mendekati konstan dari keadaan diam dan ketika kendaraan melakukan pengereman untuk berhenti dengan perlambatan (percepatan negatif) yang mungkin bisa mendekati konstan juga. Pada suatu titik di mana percepatan konstan, percepatan rata-rata dan percepatan sesaat adalah sama maka kita dapat menuliskan persamaan berikut:

$$a = a_{avg} = \frac{v-v_0}{t-0}$$

Di sini v_0 adalah kecepatan pada saat $t = 0$ dan v adalah kecepatan pada saat t setelahnya. Kita dapat menyusun ulang persamaan tersebut menjadi:

$$v = v_0 + at \quad 3-7$$

Perhatikan bahwa persamaan ini mensyaratkan $v = v_0$ untuk $t = 0$ sebagai keharusan. Kecepatan rata-rata diberikan

$$v_{avg} = \frac{x-x_0}{t-0}$$

lalu dapat kita definisikan dari persamaan-persamaan di atas menjadi

$$x = x_0 + v_{avg} t \quad 3-8$$

di mana x_0 adalah posisi dari partikel partikel pada $t = 0$ dan v_{avg} adalah kecepatan rata-rata antara $t = 0$ dan setelah waktu t . Untuk interval waktu dari $t = 0$ sampai waktu t setelahnya, kecepatan rata-rata adalah

$$v_{avg} = \frac{1}{2} (v_0 + v) \quad 3-9$$



Dengan mengganti v di bagian kanan, didapatkan

$$v_{avg} = v_0 + \frac{1}{2}at \quad 3-10$$

lalu dengan mengalikan kedua ruas dengan t maka diperoleh persamaan

$$x - x_0 = v_0t + \frac{1}{2}at^2 \quad 3-11$$

Sebagai pemeriksaan, perhatikan bahwa memasukkan $t = 0$ menghasilkan $x = x_0$ adalah keharusan. Kita dapat menurunkan persamaan lain pada kasus tertentu. Yang perlu diingat bahwa pertama paling banyak hanya kuantitas x , x_0 , t , a , dan v_0 yang terlibat dalam persoalan percepatan konstan ini. Biasanya dari kuantitas-kuantitas tersebut dalam sebuah permasalahan ada sebagai yang diketahui dan tidak diketahui. Pertama, kita dapat menghilangkan t untuk menghasilkan

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad 3-12$$

Persamaan ini berguna bila kita tidak mengetahui t dan tidak diperlukan untuk mencarinya. Kedua, kita dapat menghilangkan persamaan a . Untuk menghasilkan persamaan di mana a tidak muncul:

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t \quad 3-13$$

Dan akhirnya, kita dapat menghilangkan v_0 untuk mendapatkan



$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2}at^2 \quad 3-14$$

Definisi dari percepatan $dv = a dt$. Integral tak berhingga dapat di tulis untuk kedua sisi menjadi

$$\int dv = \int a dt$$

Karena percepatan a konstan. Maka dapat dikeluarkan dari integrasi sehingga diperoleh

$$\int dv = a \int dt \text{ atau } v = at + C$$

Untuk mendapatkan konstan integrasi C , kita buat pada saat $a = 0$, $v = v_0$. Dengan memasukkan nilai-nilai tersebut ke dalam persamaan yang harus berlaku untuk semua nilai t , termasuk $t = 0$ yang menghasilkan : $v_0 = (a)(0) + C = C$. Lalu kita dapat menulis ulang definisi dari percepatan sebagai $dx = v dt$. Selanjutnya kita memperoleh integral tak terbatas, dari definisi jarak $dx = v dt$

$$\int dx = \int v dt$$

Karena v tidak konstan, maka kita dapat mengeluarkannya dari integrasi, tetapi kita dapat mengganti v dengan persamaan berikut

$$\int dx = \int (v_0 + at) dt$$



Karena v_0 adalah konstan, begitu juga a , maka dapat kita tulis ulang menjadi

$$\int dx = v_0 \int dt + a \int t dt$$

Dengan proses integrasi dihasilkanlah

$$v = v_0 t + \frac{1}{2} a t^2 + C \quad 3-15$$

Di mana C adalah konstanta lain yang dihasilkan dari proses integrasi.

Studi Kasus

Mobil A bergerak dari kecepatan awal 100 km/jam menjadi 80 km/jam karena melihat di depannya ada mobil B yang berjarak 88 m sehingga melakukan pengereman. Berapa lamakah waktu saat proses pengurangan kecepatan itu terjadi

Solusi: kita temukan nilai percepatan (dalam kasus ini perlambatan) dengan persamaan 3-12, lalu mencari waktunya dengan menggunakan persamaan 3-7.

3.6. Percepatan Lainnya

Percepatan Jatuh Bebas / Gravitasi

Sebuah objek jatuh ke bawah atau sengaja dilempar ke atas terlebih dahulu, setelahnya percepatan objek tersebut akan mengarah ke bawah dengan kelajuan konstan. Kelajuan itu disebut sebagai percepatan jatuh bebas dan besarnya adalah percepatan gravitasi g . Percepatan gravitasi digunakan untuk menunjukkan intensitas medan gravitasi. Ini dinyatakan dalam Satuan Internasional sebagai m/s^2 dan nilainya di permukaan bumi adalah $9,8 m/s^2$.



Dalam hal gesekan atau hambatan eksternal pada benda, bahkan faktor udara diabaikan dianggap tidak ada atau hampa udara. Maka kasus benda seperti misalnya sehelai bulu dan sebuah apel, jika keduanya tersebut jatuh dari posisi ketinggian yang sama dan dilepas secara bersamaan. Maka keduanya mengalami percepatan ke bawah dengan laju yang sama g dan jatuh sampai ke bawah juga secara bersamaan, meskipun memiliki massa yang berbeda..

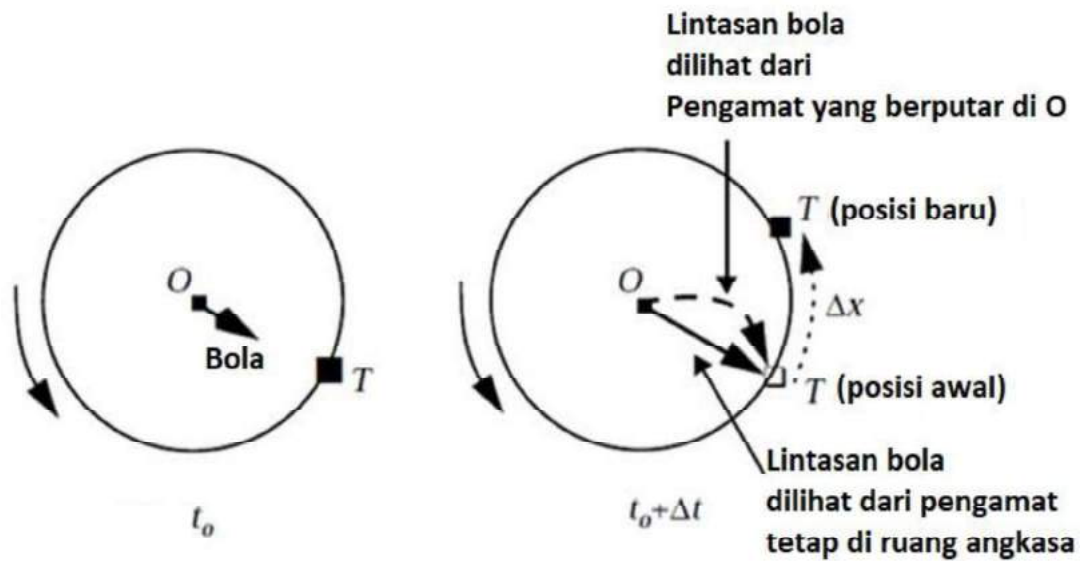
Percepatan Sentripetal dan Tangensial

Percepatan sentripetal didefinisikan sebagai pergerakan objek dalam lingkaran dengan vektor percepatannya diarahkan ke pusat lingkaran. Satuan Internasional percepatan sentripetal adalah m/s^2 . Percepatan tangensial didefinisikan sebagai laju perubahan kecepatan tangensial dalam orbit yang melingkar. Ada tiga kemungkinan nilai percepatan tangensial. Pertama, ketika besarnya vektor kecepatan meningkat seiring waktu, percepatan tangensial lebih besar dari nol. Kedua, ketika besarnya vektor kecepatan berkurang seiring waktu, percepatan tangensial kurang dari nol. Kemungkinan ketiga adalah ketika besar vektor kecepatan tetap konstan, percepatan tangensial sama dengan nol. Satuan Internasional percepatan tangensial adalah m/s^2 . Untuk penjelasan lebih lanjut tentang percepatan serta gaya sentripetal dan tangensial, kita akan membahasnya pada bab lainnya.

Percepatan Coriolis dan Angular

Percepatan coriolis merupakan percepatan yang diakibatkan oleh aktivitas bumi yang berotasi. Percepatan ini dialami oleh objek-objek yang bergerak di permukaan bumi.





Gambar 3.5. Gerak Coriolis

Percepatan angular (sudut) adalah percepatan suatu objek di sepanjang jari-jari yang diarahkan ke pusat lingkaran. Dinyatakan dalam Satuan Internasional sebagai rad/s^2 . Untuk lebih jelasnya lagi tentang radial, akan dibahas pada bab lainnya.

Studi Kasus

- Seorang pria melompat jatuh dari ketinggian 48m ke permukaan kolam air. Anggap kecepatan awalnya adalah nol dan abaikan efek udara selama jatuh. Berapakah waktu yang dibutuhkan pria tersebut untuk jatuh mencapai permukaan air?

Solusi:

$$y - y_0 = v_0 t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$-48 \text{ m} - 0 = 0t - \frac{1}{2} (9,8 \text{ m/s}^2) t^2$$

$$t^2 = 48/4,9$$

$$t = 3,1 \text{ s}$$

- Seorang anak melempar bola ke atas sepanjang sumbu y dengan laju awal 12 m/s. berapakah waktu yang dibutuhkan bola untuk mencapai ketinggian maksimumnya ?

Solusi:

$$t = \frac{v - v_0}{a} = \frac{0 - 12 \text{ m/s}}{-9,8 \text{ m/s}^2} = 1,2 \text{ s}$$

3.7. Integrasi Grafis Dalam Analisis Gerak

Melalui grafik percepatan suatu objek terhadap waktu, kita bisa mendapatkan nilai kecepatan objeknya dengan mengintegrasikan grafik tersebut. Dari pembahasan sebelumnya percepatan a diidentifikasi dalam kecepatan sebagai $a = dv/dt$, maka t dari situ dengan kalkulus integral maka kita bisa memperoleh

$$v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a \, dt \quad 3-16$$

di mana v_0 adalah kecepatan pada t_0 dan v_t adalah kecepatan pada waktu t_1 , dalam hal ini tentunya proses integrasi dilakukan dengan integral terbatas dari waktu t_0 sampai t_1

$$\int_{t_0}^{t_1} a \, dt = \left(\begin{array}{l} \text{luas bidang yang dibentuk kurva percepatan} \\ \text{diantara interval waktu dari } t_0 \text{ sampai } t_1 \end{array} \right)$$

Satuan luas yang didapatkan menyesuaikan dengan satuan besaran-besaran yang membentuk grafik tersebut, yang dalam hal ini adalah m/s.

Dengan proses yang sama, seperti halnya mendapatkan nilai kecepatan dari grafik percepatan terhadap waktu, maka kita juga



bisa memperoleh nilai posisi dari grafik kecepatan terhadap waktu. Karena kecepatan v diidentifikasi dalam posisi x sebagai $v = dx/dt$, maka

$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v dt \quad 3-17$$

di mana posisi x_0 adalah posisi pada saat t_0 dan x_t adalah posisi t_1 maka secara khusus :

$$\int_{t_0}^{t_1} v dt = \left(\begin{array}{l} \text{luas bidang yang dibentuk kurva kecepatan} \\ \text{diantara interval waktu dari } t_0 \text{ sampai } t_1 \end{array} \right)$$

Satuan luas yang didapatkan menyesuaikan dengan satuan besaran-besaran yang membentuk grafik tersebut, yang dalam hal ini adalah m.

Rangkuman

- Posisi suatu objek pada sumbu x menunjukkan lokasinya terhadap titik asal, atau titik nol dari sumbu. Posisi dapat bernilai positif atau negatif, bergantung ke arah mana objek berada dari titik asal.
- Perpindahan Δx dari suatu objek adalah perubahan posisi objek tersebut.

$$\Delta x = x_2 - x_1$$

- Kecepatan rata-rata selama interval waktu didefinisikan sebagai



$$v_{avg} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{x_2 - x_1}{t_2 - t_1}$$

- Laju rata-rata s_{avg} suatu objek selama bergantung pada jarak total yang ditempuh partikel pada interval waktu Δt .

$$s_{avg} = \frac{\text{jarak tempuh total}}{\Delta t}$$

- Kecepatan sesaat dari objek bergerak adalah

$$v = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{dx}{dt}$$

- Percepatan adalah perubahan kecepatan Δv terhadap interval waktu Δt .

$$a_{avg} = \frac{dv}{dt} = \frac{d^2x}{dt^2}$$

- Percepatan konstan kelima persamaan di bawah menggambarkan gerakan objek dengan kecepatan konstan.

$$V = V_0 + at$$

$$x - x_0 = v_0 t + \frac{1}{2} at^2$$

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0)$$

$$x - x_0 = \frac{1}{2}(v_0 + v)t$$

$$x - x_0 = vt - \frac{1}{2} at^2$$



- Terdapat jenis percepatan lainnya di sekitar kita antara lain percepatan jatuh bebas (gravitasi), percepatan sentripetal, percepatan tangensial, percepatan Coriolis, percepatan angular.
- Melalui grafik percepatan suatu objek terhadap waktu, kita bisa mendapatkan nilai kecepatan objeknya dengan mengintegrasikan grafik tersebut.

$$v_1 - v_0 = \int_{t_0}^{t_1} a \, dt$$

- Melalui grafik kecepatan suatu objek terhadap waktu, kita bisa memperoleh nilai posisi dengan mengintegrasikan grafik tersebut.

$$x_1 - x_0 = \int_{t_0}^{t_1} v \, dt$$



Siapa yang hendak menginginkan dunia, maka hendaklah ia menguasai ilmu. Barang siapa menginginkan akhirat hendaklah ia menguasai ilmu, dan barangsiapa yang menginginkan keduanya (dunia dan akhirat) hendaklah ia menguasai ilmu.

Rasulullah SAW



BAB 4

KINEMATIKA DUA DAN TIGA DIMENSI

Pada bab ini, kita akan membahas aspek kinematika dalam dua dan tiga dimensi. Sebelumnya kita telah membahas gerak dalam satu dimensi, yang mana itu digambarkan sebagai suatu objek yang bergerak dalam satu arah sepanjang perjalanannya. Gerak dalam dua dimensi adalah gerak suatu objek pada bidang atau permukaan, contohnya seperti gerak melingkar dan gerak proyektil. Sedangkan gerak tiga dimensi adalah gerak suatu objek dalam ruang yang menghubungkan tiga sumbu koordinat X, Y dan Z, contohnya yaitu gerak giroskop. Kita akan memulai membahas tentang posisi dan perpindahan terlebih dahulu sebelum masuk pada pembahasan gerak dalam dua dan tiga dimensi.



Gambar 4.1. Ilustrasi Bab Kinematika Dua dan Tiga Dimensi
([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))



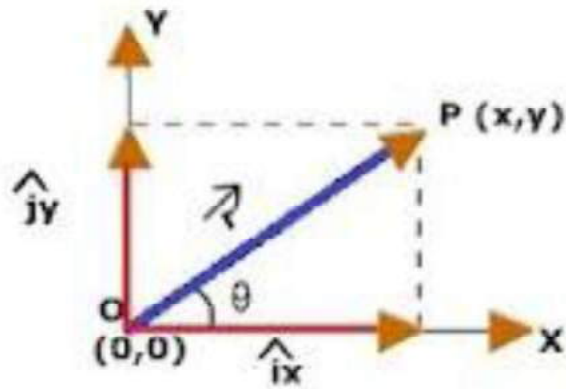
4.1. Posisi dan Perpindahan

Posisi sebuah objek digambarkan dengan menggunakan vektor posisi \vec{r} , yaitu sebuah vektor yang merupakan perpanjangan dari titik asal sebuah koordinat menuju objek tersebut. Dalam notasi vektor satuan, persamaan vektor \vec{r} dapat ditulis sebagai berikut :

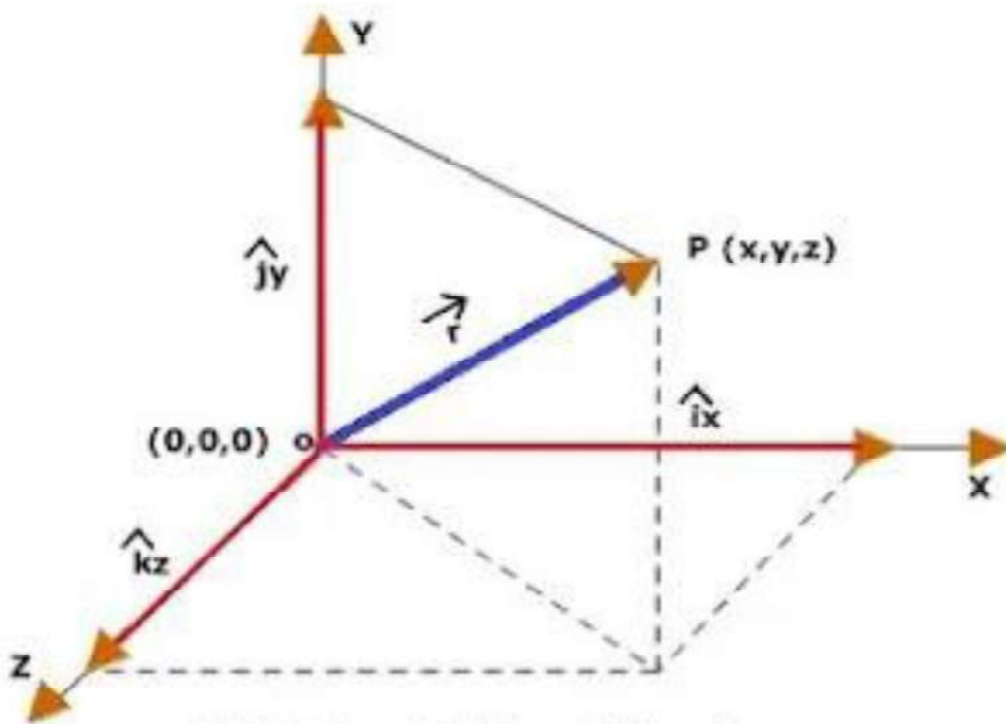
$$\vec{r} = xi + yj + zk \quad 4-1$$

di mana xi , yj dan zk adalah komponen-komponen vektor \vec{r} . Koefisien x , y dan z memberikan lokasi objek di sepanjang sumbu-sumbu koordinatnya, relatif terhadap titik asal. Atau dengan kata lain, objek tersebut mempunyai koordinat ruang (x, y, z) . Perhatikan gambar yang menunjukkan sebuah vektor posisi dalam dua dimensi dan tiga dimensi di bawah ini





posisi titik P pada bidang 2 dimensi



posisi titik P pada bidang 3 dimensi

Gambar 4.2. Vektor Posisi Vektor P

Vektor posisi \vec{r} untuk adalah jumlah vektor dari komponen-komponen vektornya, misal kita tulis saja dengan koefisien x, y dan z sebagai berikut

$$\vec{r} = (-3m)i + (2m)j + (5m)k \quad 4-2$$

Di sepanjang arah sumbu x objek terletak 3m dari titik asal dalam arah $-i$. Di sepanjang sumbu y, objek terletak 2 m dari titik asal dalam arah $+j$. Di sepanjang sumbu z , objek terletak 5m dari titik asal dalam arah $+k$. Ketika suatu partikel bergerak, maka vektor posisinya akan berubah sedemikian rupa, sehingga vektornya akan selalu memanjang dari titik asalnya menuju posisi objek. Jika vektor posisi berubah, misalkan dari \vec{r}_1 ke \vec{r}_2 selama interval waktu tertentu, maka perpindahan partikel $\Delta\vec{r}$ selama interval waktu tersebut adalah

$$\Delta\vec{r} = \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \quad 4-3$$

Dengan menggunakan notasi vektor satuan dari Pers. 4-1 kita dapat memasukkannya ke Pers. 4-3 menjadi :

$$\Delta\vec{r} = (x_2i + y_2j + z_2k) - (x_1i + y_1j + z_1k) \quad 4-4$$

atau

$$\Delta\vec{r} = (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j + (z_2 - z_1)k \quad 4-5$$

di mana koordinat (x_1, y_1, z_1) sesuai dengan vektor posisi \vec{r}_1 dan koordinat (x_2, y_2, z_2) sesuai dengan vektor posisi \vec{r}_2 . Selain itu, kita juga dapat menulis ulang rumus vektor perpindahan dengan menyubstitusikan $\Delta x = (x_2 - x_1)$, $\Delta y = (y_2 - y_1)$, dan $\Delta z = (z_2 - z_1)$, menjadi

$$\Delta\vec{r} = \Delta x i + \Delta y j + \Delta z k \quad 4-6$$



Studi Kasus

- Diketahui faktor posisi awal untuk sebuah objek adalah $\vec{r}_1 = (3,0 \text{ m})i + (2,0 \text{ m})j + (5,0 \text{ m})k$, kemudian berubah menjadi $\vec{r}_2 = (9,0 \text{ m})i + (2,0 \text{ m})j + (8,0 \text{ m})k$. Carilah vektor perpindahan objek tersebut

Solusi: rumus perpindahan $\Delta\vec{r}$ adalah dengan mengurangi posisi akhir (\vec{r}_2) dengan posisi awal vektor (\vec{r}_1)

$$\begin{aligned}\Delta\vec{r} &= \vec{r}_2 - \vec{r}_1 \\ &= (9,0 - (-3,0))i + (2,0 - 2,0)j + (8,0 - 5,0)k \\ &= (12,0) i + (3,0) k\end{aligned}$$

Vektor perpindahan tersebut paralel dengan bidang xz karena tidak adanya komponen y.

- Koordinat posisi sebuah objek mempunyai fungsi terhadap waktu t , $x = -0,31t^2 + 7,2t + 28$ dan $y = 0,22t^2 - 9,1t + 30$ dengan t dalam sekon dan x maupun y dalam meter. Pada $t = 15$ s, maka di manakah vektor posisi objek \vec{r} dalam notasi vektor satuan?

Solusi: Koordinat x dan y dari posisi objek merupakan komponen skalar dari vektor posisi \vec{r} objek. Maka :

$$\vec{r}(t) = x(t)i + y(t)j$$

Pada $t = 15$ s, komponen-komponen skalarnya menjadi $x = (-0,31)(15)^2 + (7,2)(15) + 28 = 66$ m. dan $y = (0,22)(15)^2 - (9,1)(15) + 30 = -57$ m.

Jadi pada $t = 15$ s, $\vec{r} = (66\text{m}) i - (57\text{m}) j$



4.2. Kecepatan Rata-rata dan Kecepatan Sesaat

Kecepatan rata-rata \vec{v}_{avg} dari sebuah objek yang bergerak dengan perpindahan $\Delta\vec{r}$ dalam interval waktu Δt , didefinisikan sebagai

$$\text{kecepatan rata - rata} = \frac{\text{perpindahan}}{\text{interval waktu}}$$

atau

$$\vec{V}_{avg} = \frac{\Delta\vec{r}}{\Delta t} \quad 4-7$$

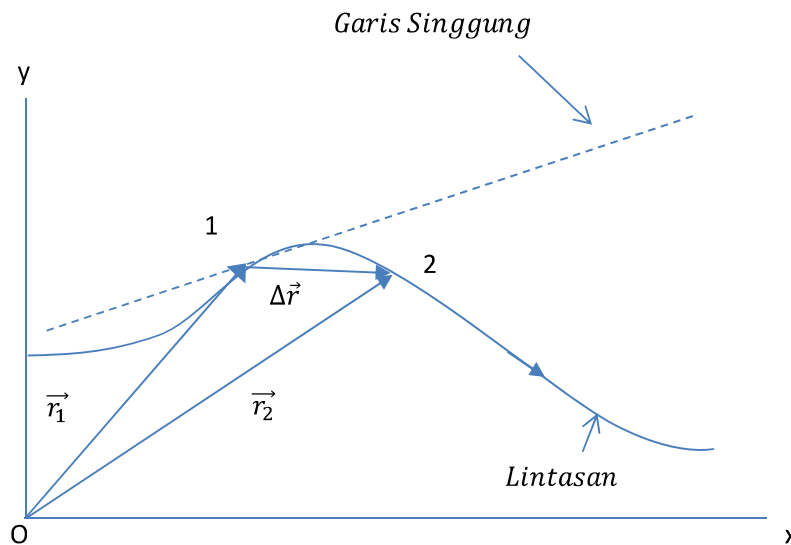
Persamaan ini menunjukkan bahwa arah dari \vec{v}_{avg} harus sama dengan arah perpindahan $\Delta\vec{r}$. Menggunakan Pers. 4-6, kita dapat menuliskan Pers. 4.8 dalam komponen vektor sebagai berikut

$$\vec{V}_{avg} = \frac{\Delta x\mathbf{i} + \Delta y\mathbf{j} + \Delta z\mathbf{k}}{\Delta t} = \frac{\Delta x}{\Delta t}\mathbf{i} + \frac{\Delta y}{\Delta t}\mathbf{j} + \frac{\Delta z}{\Delta t}\mathbf{k} \quad 4-8$$

Ketika kita membahas tentang kecepatan sebuah objek, kita menganggapnya sebagai kecepatan sesaat \vec{v} dari objek dalam waktu tertentu. Kecepatan \vec{v} adalah sebuah nilai di mana \vec{v}_{avg} mendekati limitnya ketika kita mempersempit interval waktu Δt menjadi mendekati 0 pada saat itu. Dengan menggunakan kalkulus, kita dapat menuliskan \vec{v} sebagai turunan dari posisi terhadap waktu

$$\vec{v} = \frac{d\vec{r}}{dt} \quad 4-9$$





Gambar 4.3. Lintasan Sebuah Objek pada Bidang XY

Pada gambar 4.3 menunjukkan lintasan sebuah partikel yang dibatasi pada bidang xy . Selama objek bergerak ke arah kanan sepanjang garis kurva, vektor posisinya akan mengarah ke kanan. Selama interval waktu Δt , vektor posisinya berubah dari \vec{r}_1 ke \vec{r}_2 dan perpindahan partikelnya adalah $\Delta\vec{r}$.

Untuk mencari kecepatan sesaat objek, misalnya pada t_1 (ketika objek tersebut terletak pada posisi 1), kita perkecil interval waktunya Δt menjadi 0 terhadap t_1 . Tiga hal yang akan bisa terjadi: Pertama, vektor posisi \vec{r}_2 dalam gambar 4.3 bergerak menuju \vec{r}_1 sehingga $\Delta\vec{r}$ menyusut menuju nol. Kedua, arah dari vektor $\Delta\vec{r}/\Delta t$ (kecepatan \vec{v}_{avg}) mendekati garis singgung di posisi 1 dari lintasan objek. Ketiga, nilai kecepatan rata-rata \vec{v}_{avg} akan mendekati nilai kecepatan sesaat \vec{v} pada t_1 .

Pada limit ketika $\Delta t \rightarrow 0$, kita dapatkan $\vec{v}_{avg} \rightarrow \vec{v}$ dan yang paling penting di sini, \vec{v}_{avg} akan mempunyai arah yang sama dengan arah garis singgungnya. Arah kecepatan sesaat \vec{v} dari sebuah objek selalu berupa garis singgung (tangen) dari lintasan objek pada posisi objek tersebut. Hal ini juga berlaku pada gerak tiga dimensi, \vec{v} selalu berupa garis singgung dari lintasan objek.

Untuk menuliskan Pers. 4-9 dalam bentuk vektor satuan, kita substitusikan vektor posisi \vec{r} dari Pers. 4-1

$$\vec{v} = \frac{d}{dt}(xi + yj + zk) = \frac{dx}{dt}i + \frac{dy}{dt}j + \frac{dz}{dt}k$$

Persamaan ini dapat disederhanakan menjadi

$$\vec{v} = v_x i + v_y j + v_z k \quad 4-10$$

di mana komponen skalar dari \vec{v} adalah

$$v_x = \frac{dx}{dt} \quad v_y = \frac{dy}{dt} \quad \text{dan} \quad v_z = \frac{dz}{dt} \quad 4-11$$

Jadi, kita dapat mencari komponen-komponen skalar \vec{v} dengan menurunkannya dari komponen-komponen skalar \vec{r} .

Studi Kasus

Diketahui faktor posisi awal untuk sebuah objek adalah $\vec{r}_1 = (3,0 \text{ m})i + (2,0 \text{ m})j + (5,0 \text{ m})k$, kemudian berubah menjadi $\vec{r}_2 = (9,0 \text{ m})i + (2,0 \text{ m})j + (8,0 \text{ m})k$. Carilah kecepatan objek \vec{v} pada $t = 15 \text{ s}$, dalam notasi vektor satuan.

Solusi: kita dapat mencari komponen-komponen kecepataannya untuk mendapatkan kecepatan objek \vec{v} atau dapat juga dengan menurunkan komponen-komponen vektor posisi objek untuk mencari komponen-komponennya.

$$v_x = \frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}(-0.31 r^2 + 7,2t + 28) = 0,62t + 7,2$$



$$v_y = \frac{dy}{dt} = \frac{d}{dt} = (0,22r^2 - 9,1t + 30) = 0,44t - 9,1$$

Pada saat $t = 15$ s maka akan menghasilkan $\vec{v} = (-2,1 \text{ m/s})\mathbf{i} + (2,5 \text{ m/s})\mathbf{j}$

4.3. Percepatan Rata-rata dan Percepatan Sesaat

Ketika kecepatan sebuah objek berubah dari \vec{v}_1 ke \vec{v}_2 dalam interval waktu Δt maka percepatan rata-rata \vec{a}_{avg} selama Δt yaitu :

$$\text{percepatan rata - rata} = \frac{\text{perubahan percepatan}}{\text{interval waktu}}$$

atau

$$\vec{a}_{avg} = \frac{\vec{v}_2 - \vec{v}_1}{\Delta t} = \frac{\Delta \vec{v}}{\Delta t} \quad 4-12$$

Jika kita memperkecil Δt mendekati nol, maka nilai \vec{a}_{avg} akan mendekati percepatan sesaat

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} \quad 4-13$$

Jika nilai dan arah kecepatan berubah, maka objek tersebut memiliki percepatan. Kita dapat merumuskan Pers. 4-13 ke dalam bentuk vektor satuan dengan menyubstitusi Pers. 4.10 sehingga didapat



$$\begin{aligned}
\vec{a} &= \frac{d}{dt}(v_x i + v_y j + v_z k) \\
&= \frac{dv_x}{dt} i + \frac{dv_y}{dt} j + \frac{dv_z}{dt} k \\
\vec{a} &= a_x i + a_y j + a_z k
\end{aligned}
\tag{4-14}$$

di mana komponen-komponen skalar dari \vec{a} adalah

$$a_x = \frac{dv_x}{dt} \quad a_y = \frac{dv_y}{dt} \quad a_z = \frac{dv_z}{dt}
\tag{4-15}$$

Jadi dengan demikian kita dapat mencari komponen-komponen skalar \vec{a} dengan menurunkan komponen-komponen skalar dari \vec{v} .

Studi Kasus

Diketahui faktor posisi awal untuk sebuah objek adalah $\vec{r}_1 = (3,0 \text{ m})i + (2,0 \text{ m})j + (5,0 \text{ m})k$, kemudian berubah menjadi $\vec{r}_2 = (9,0 \text{ m})i + (2,0 \text{ m})j + (8,0 \text{ m})k$. Carilah percepatan objek \vec{a} pada $t = 15 \text{ s}$, dalam notasi vektor satuan dan tentukanlah sudutnya.

Solusi: Kita dapat mencari percepatan objek dengan komponen-komponen percepatannya atau dapat menurunkan komponen-komponen dari vektor kecepatan objek untuk mencari komponen-komponen percepatannya

$$\begin{aligned}
a_x &= \frac{dv_x}{dt} = \frac{d}{dt}(-0,62t + 7,2) = -0,62 \text{ m/s}^2 \\
a_y &= \frac{dv_y}{dt} = \frac{d}{dt}(0,44t - 9,1) = 0,44 \text{ m/s}^2
\end{aligned}$$



Kita lihat bahwa percepatan tidak berubah terhadap waktu (konstan) karena variabel waktu t tidak ada dalam persamaan di atas. Untuk komponen percepatannya adalah

$$\vec{a} = \left(-0,62 \frac{m}{s^2}\right) i + \left(0,44 \frac{m}{s^2}\right) j$$
$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \sqrt{\left(-0,62 \frac{m}{s^2}\right)^2 + \left(0,44 \frac{m}{s^2}\right)^2} = 0,76 \frac{m}{s^2}$$

Untuk mendapatkan sudut dari \vec{a} , kita dapat menggunakan

$$\theta = \tan^{-1} \frac{a_y}{a_x} = \tan^{-1} \left(\frac{0,44 \text{ m/s}^2}{-0,62 \text{ m/s}^2} \right) = -35^\circ$$

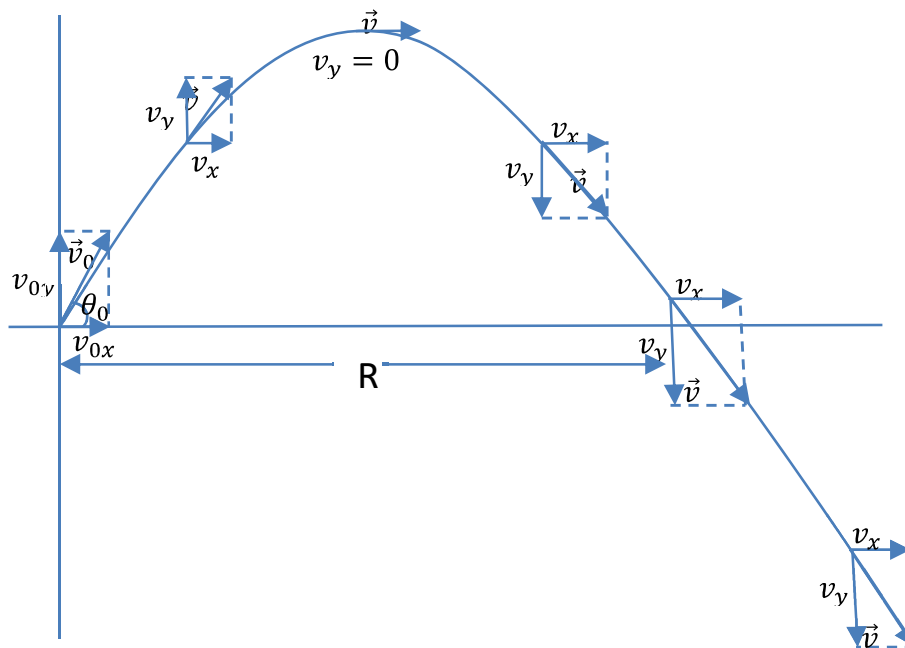
Karena terletak di kuadran III maka nilai sudutnya dari titik 0° adalah

$$-35^\circ + 180^\circ = 145^\circ$$

4.4. Gerak Proyektil

Berikutnya kita tinjau tentang gerak proyektil. Gerak proyektil adalah gerak suatu benda yang dengan kecepatan awal, kemudian menempuh lintasan yang arahnya dipengaruhi oleh percepatan gravitasi dan hambatan udara. Pada bab ini kita menganalisis gerak proyektil menggunakan tinjauan gerak dua dimensi dan mengasumsikan bahwa tidak ada hambatan udara, atau dengan kata lain tidak mempunyai efek terhadap gerak proyektil.





Gambar 4.4. Gerak Proyektil

Gambar 4.4 menunjukkan sebuah lintasan yang dilalui oleh sebuah proyektil dengan tidak adanya efek dari udara yang dilewatinya. Objek proyektil meluncur dengan kecepatan awal \vec{v}_0 yang bisa kita tuliskan sebagai berikut:

$$\vec{v}_0 = v_{0x}i + v_{0y}j \quad 4-16$$

Komponen-komponen v_{0x} dan v_{0y} dapat dicari jika kita mengetahui sudut θ_0 antara v_0 dengan sumbu x positif

$$v_{0x} = v_0 \cos \theta_0 \quad \text{dan} \quad v_{0y} = v_0 \sin \theta_0 \quad 4-17$$



Selama gerak proyektil dalam dua dimensi itu terjadi, vektor posisi proyektil \vec{r} dan vektor kecepatan \vec{v} terus berubah secara simultan, tetapi dengan vektor percepatannya \vec{a} konstan dan selalu mengarah vertikal ke bawah. Proyektil tidak mempunyai percepatan horizontal. Dalam gerak proyektil, gerak horizontal dan gerak vertikal tidak bergantung satu sama lain, yang berarti bahwa gerakan yang satu tidak mempengaruhi gerak yang lain. Hal tersebut membuat kita dapat memecahkan sebuah permasalahan yang melibatkan gerak dua dimensi menjadi dua tinjauan satu dimensi yang terpisah dan relatif lebih mudah. Satu untuk gerak horizontal dengan percepatan nol dan satu lagi gerakan vertikal ke arah bawah dengan percepatan konstan.

4.5. Analisis Gerak Proyektil

Saat gerak proyektil terjadi terdapat dua komponen gerak, yakni gerak horizontal dan vertikal. Kedua komponen gerak tersebut saling bersinergis dan terintegrasi memberikan kontribusi gerakan pada gerak proyektil yang membentuk lintasan parabola. Berikut pembahasan selengkapnya mengenai komponen gerak horizontal dan vertikal, beserta hal-hal analisis lainnya yang terkait dengan gerak proyektil.

Gerak Horizontal

Dalam komponen gerak horizontal, tidak ada percepatan dalam arah horizontal selama gerakan. Pada setiap waktu t , perpindahan horizontal proyektil $x - x_0$ dari posisi awal x_0 bisa kita rumuskan sebagai berikut, dengan nilai $v_{0x} = v_0 \cos \theta$:

$$x - x_0 = v_{0x}t$$

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t \quad 4-18$$



Gerak Vertikal

Berbeda dari gerak horizontal, komponen gerak vertikal ini kecepataannya berubah. Dalam gerak vertikal terjadi percepatan konstan, yang mana telah kita bahas sebelumnya untuk benda gerak jatuh bebas. Perhatikan persamaan berikut

$$y - y_0 = v_{0y}t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0) t - 1/2gt^2 \quad 4-19$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt \quad 4-20$$

Di mana komponen kecepatan awal vertikal v_{0y} diganti dengan $v_0 \sin \theta_0$ yang ekuivalen.

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0) \quad 4-21$$

Komponen kecepatan vertikal berperilaku sama seperti gerak benda yang diarahkan ke atas, dan nilainya secara stabil berkurang menjadi nol, yang sekaligus menandakan titik tersebut sebagai tinggi maksimum lintasan. Komponen kecepatan vertikal kemudian berbalik arah, dengan nilai yang menjadi lebih besar seiring waktu.

Persamaan Lintasan

Kita dapat menentukan persamaan dari lintasan benda dengan mengeliminasi waktu t antara Pers. 4-18 dan Pers. 4.19. Lalu dengan mencari t dari Pers. 4.18 kemudian menyubstitusikannya ke Pers. 4.19, kita akan memiliki Persamaan baru berupa



$$y = (\tan \theta_0) x - \frac{g x^2}{2(v_0 \cos \theta_0)^2} \quad 4-22$$

Persamaan dari lintasan partikel ini ditunjukkan pada Gambar 4.4. Dalam penurunannya, untuk menyederhanakan, kita anggap $x_0 = 0$ dan $y_0 = 0$ pada Pers.4-18 dan 4-19. Pers. 4-22 bentuknya $y = ax + bx^2$, di mana a dan b adalah konstanta. Persamaan ini merupakan persamaan parabola, sehingga lintasan partikel tersebut disebut juga lintasan parabola.

Jangkauan Horizontal

Jangkauan Horizontal R dari proyektil merupakan jarak horizontal proyektil yang ditempuh ketika kembali ke permukaan bumi pada saat titik ketinggian kembalinya sama dengan ketinggian pada saat peluncuran. titik ketinggian peluncuran). Untuk mencari jangkauan R (perubahan posisi x) adalah sebagai berikut:

$$R = (v_0 \cos \theta_0) t$$

nilai t didapat dari persamaan posisi Y pada titik jangkauan R yang bernilai 0

$$Y = (v_0 \sin \theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$0 = (v_0 \sin \theta_0) t - \frac{1}{2} g t^2$$

$$t = \frac{2 v_0 \sin \theta_0}{g}$$



dengan mensubstitusi t ke persamaan R tersebut maka akan didapatkan

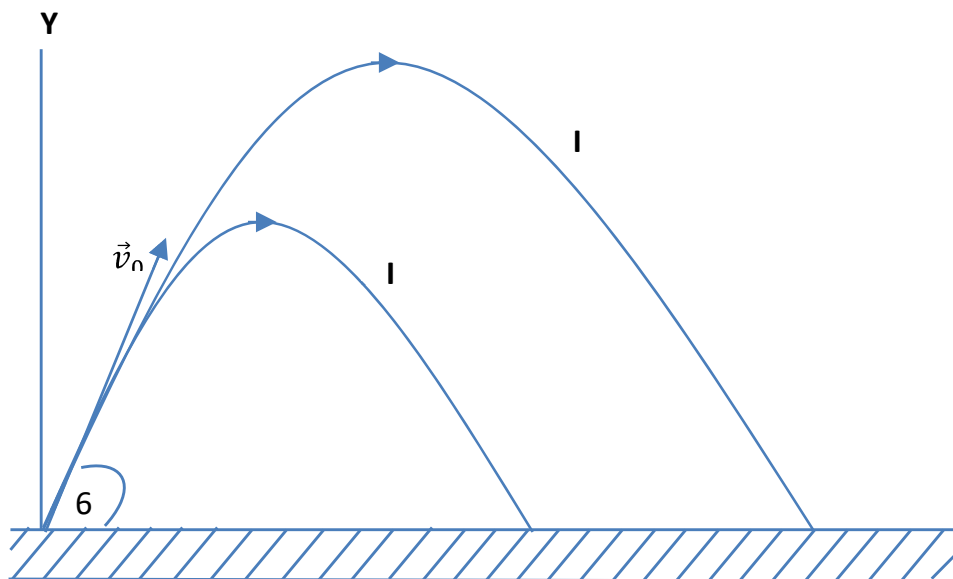
$$R = \frac{v_0^2}{g} 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$$

dengan menggunakan persamaan identitas trigonometri $\sin 2\theta_0 = 2 \sin \theta_0 \cos \theta_0$, maka didapatkan nilai jangkauan R sebagai

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0 \quad 4-23$$

Efek Hambatan Udara

Pada pembahasan sebelumnya, kita mengasumsikan bahwa udara yang dilalui proyektil yang bergerak tidak mempengaruhi pergerakannya. Akan tetapi banyak perbedaan antara hasil perhitungan dengan hasil gerakan aktual dari proyektil karena udara menghambat gerak proyektil tersebut.



Gambar 4.5 Lintasan Gerak Proyektil



Pada gambar 4.5. Lintasan (I) bola yang terbang dihitung dengan mempertimbangkan faktor hambatan udara, sedangkan lintasan (II) bola yang terbang dalam ruang vakum, semua dihitung menggunakan metode perhitungan dalam bab ini.

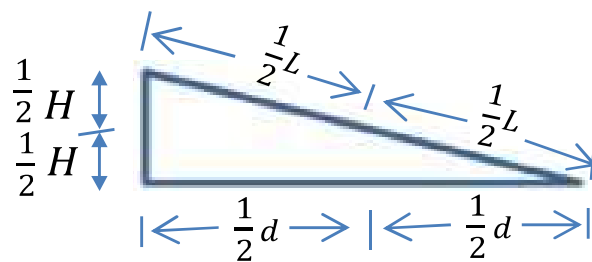
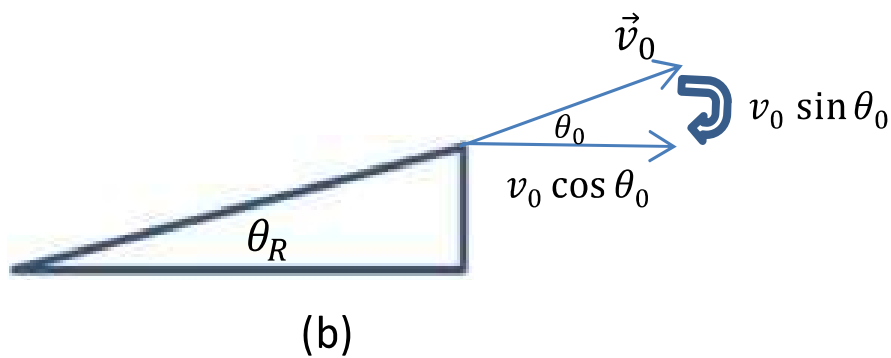
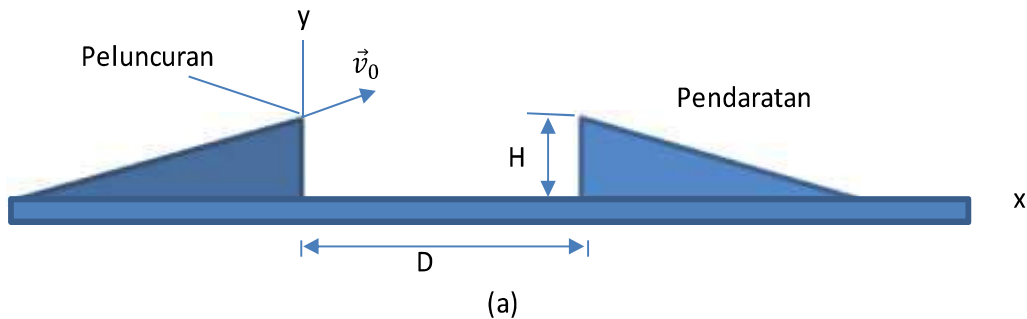
Tabel 4.1. Nilai Perhitungan dan Pengujian lintasan Proyektil

Variabel Analisis	Lintasan I (Udara)	Lintasan II (Vakum)
Jangkauan	98,5 m	177 m
Ketinggian Maksimum	53 m	76,8 m
Lama Gerak	6,6 s	7,9 s

Kita lihat tabel 4.1. menunjukkan hasil perhitungan dan pengujian dua lintasan proyektil dari bola yang meluncur meninggalkan pelontar pada sudut 60° terhadap arah horizontal dan dengan kecepatan awal 161 km/jam. Nilai pada tabel ini didapatkan berdasarkan hasil eksperimen ilmiah yang berjudul “The Trajectory of a Fly Ball” oleh Peter J. Brancazio pada tahun 1985. Lintasan bola yang berada dalam kondisi normal dan real (adanya hambatan udara) menghasilkan jangkauan 98,5 m dan ketinggian maksimum 53 m selama waktu terbang 6,6 s. Sedangkan lintasan bola yang berada di dalam ruang vakum (sesuai dengan asumsi keadaan untuk hitungan teoritis) menghasilkan jangkauan 177m dan ketinggian maksimum 76,8 m selama waktu terbang 7,9 s. Dari sini membuktikan bahwa faktor udara memiliki hambatan yang relatif cukup besar terhadap gerak proyektil karena gaya gesek objek dengan udara selama melesat (di udara) memberikan gaya gesek pada objek sehingga cukup menahan kecepatan objek tersebut.



Studi Kasus



(c)

Gambar di atas mengilustrasikan sepasang jalan landasan menanjak yang digunakan untuk akrobat sepeda motor yang melaju dan melesat dari salah satu landasan ke landasan lainnya. Kedua landasan miring tersebut mempunyai tinggi $H = 3,00$ m dan sudut $\theta_R = 12^\circ$ dan terpisah dengan jarak $D = 77$ m.

Berapakah laju yang dibutuhkan motor ketika lepas dari landasan pertama?

Solusi: Dengan asumsi hambatan udara diabaikan, maka motor dan pengendaranya dapat dianggap sebagai sebuah objek yang dapat kita tinjau dengan menggunakan persamaan proyektil.

Pada kondisi lepas landas. Kita tempatkan titik pusat dari sistem koordinat xy pada ujung landasan pertama tepat pada titik lepas landas motor. Maka koordinat pengendara motor pada saat lepas landas (pada $t = 0$) adalah $x_0, y_0 = H = 3,00$ m. Karena ia lepas landas langsung lurus dari landasan, maka sudut lepas landas θ_0 sama dengan sudut kemiringan landasan θ_R . Panjang lintasan landasan adalah L , yang merupakan sisi miring dari segitiga siku-siku pengendara mendarat pada pertengahan jarak landasan tersebut.

$$y = \frac{H}{2} = \frac{3,00 \text{ m}}{2} = 1,50 \text{ m}$$

Untuk menemukan koordinat horizontal x di titik pendaratan, kita akan mencari panjang horizontal landasan tersebut.

$$d = \frac{H}{\tan \theta_R} = \frac{3,00 \text{ m}}{\tan 12,0^\circ} = 14,11 \text{ m}$$

Maka kita dapatkan koordinat horizontalnya

$$x = D + \frac{d}{2} = 77,0 \text{ m} + \frac{14,11 \text{ m}}{2} = 84,1 \text{ m}$$

Mencari laju lepas landas v_0 . Kita hubungkan v_0 dengan perpindahan horizontal $x - x_0$



$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t$$

$$84,1 \text{ m} - 0 = (v_0 \cos 12,0^\circ)t$$

Kita tidak menyelesaikan persamaan ini untuk mencari v_0 karena tidak mengetahui waktu terbang t motor. Oleh karena itu kita beralih ke sumbu vertikal dengan menghubungkan v_0 dengan perpindahan vertikal y_0

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt$$

$$1,50 \text{ m} - 3,00 \text{ m} = (v_0 \sin 12,0^\circ)t - \frac{1}{2}g\left(9,8 \frac{\text{m}}{\text{s}^2}\right)t^2$$

Dua variabel yang tidak diketahui: v_0 (yang dicari) dan t (yang tidk dicari). Maka kita dapat menyelesaikan untuk t .

$$t = \frac{x - x_0}{v_0 \cos \theta_0}$$

Dengan mensubstitusikan data yang sudah diketahui, maka kita dapat

$$1,50 \text{ m} - 3,00 \text{ m} = (84,1 \text{ m})(\tan 12^\circ) - \frac{(9,8 \text{ m/s}^2) (84,1 \text{ m})^2}{2v_0^2(\cos 12^\circ)^2}$$

$$v_0 = 43,0 \text{ m/s}$$



4.6. Gerak Melingkar Beraturan

Gerak melingkar beraturan merupakan perpindahan posisi yang membentuk sebuah lintasan lingkaran atau sebuah busur lingkaran dengan kelajuan konstan (*uniform*). Pada gambar 4.6 menunjukkan hubungan antara vektor kecepatan dan vektor percepatan pada berbagai tahap selama gerak melingkar beraturan. Kecepatan merupakan arah tangen terhadap lingkaran arah geraknya. Percepatan yang selalu mengarah ke titik pusat jari-jari lingkaran dalam gerak melingkar beraturan disebut percepatan sentripetal.

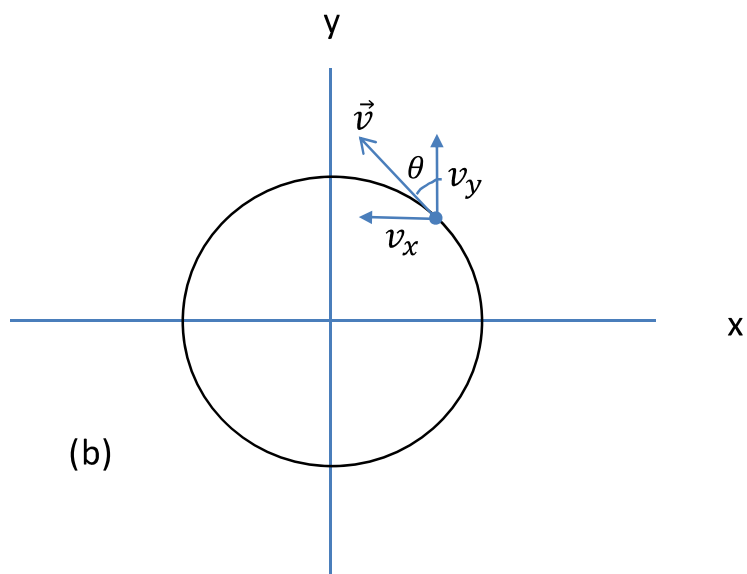
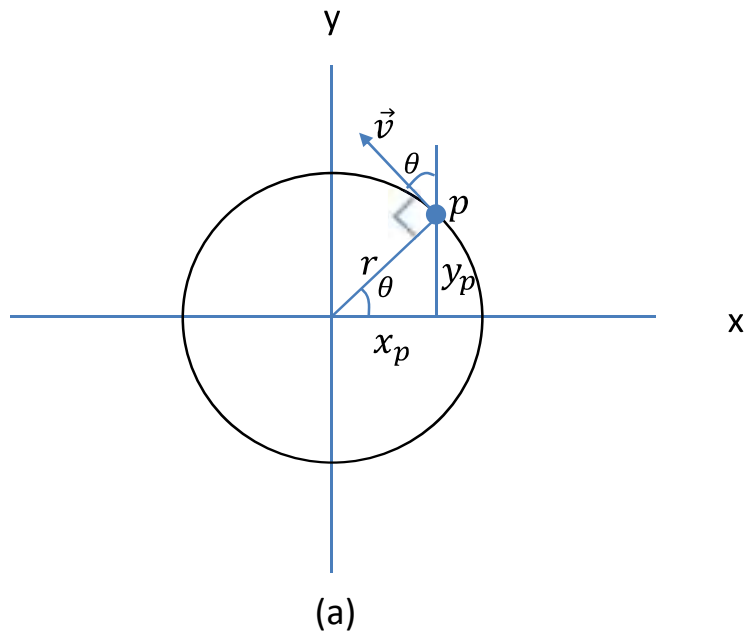
$$a = \frac{v^2}{r} \quad 4-24$$

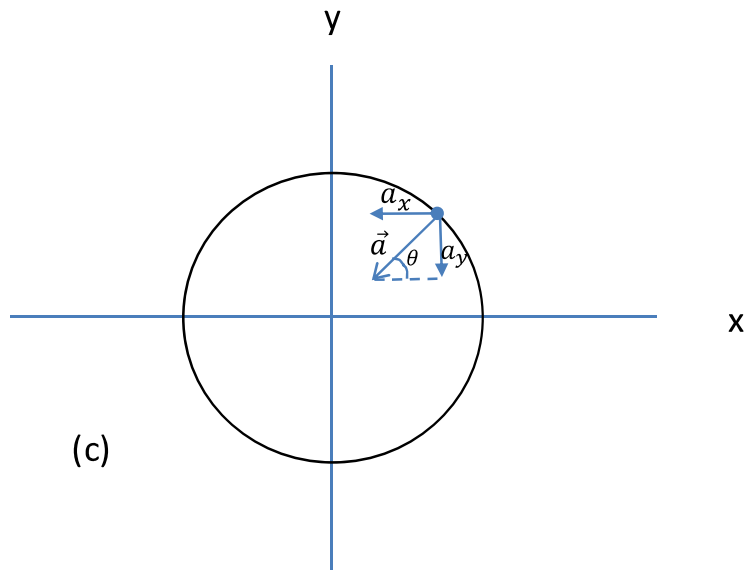
Di mana v adalah kelajuan objek dan r adalah jari-jari lingkaran. Selain itu, selama percepatan objeknya pada laju konstan, objek akan bergerak mengelilingi lingkaran (pada jarak $2\pi r$) dengan waktu

$$T = \frac{2\pi r}{v} \quad 4-25$$

T disebut waktu periode gerak, umumnya didefinisikan sebagai waktu yang diperlukan oleh objek untuk mengelilingi lintasan tertutup satu kali.







Gambar 4.6 : Objek partikel p bergerak dalam arah melingkar beraturan yang berlawanan arah jarum jam. (a) Posisi dan kecepatan \vec{v} pada suatu saat. (b) Kecepatan \vec{v} dan komponennya. (c) Percepatan partikel \vec{a} dan komponennya.

Pada gambar 4.6a, objek partikel p bergerak pada laju konstan v mengelilingi sebuah lingkaran dengan jari-jari r . Pada suatu saat, p mempunyai koordinat x_p dan y_p . \vec{v} mempunyai arah tegak lurus terhadap jari-jari r yang digambarkan dari pusat lingkaran menuju posisi partikel. Kemudian, sudut θ yang dibentuk oleh \vec{v} pada titik p terhadap arah vertikal adalah sama dengan sudut θ dari jari-jari r terhadap sumbu x .

Komponen skalar dari \vec{v} ditunjukkan pada gambar 4.6b. Dengan demikian, kita dapat menulis kecepatan \vec{v} sebagai berikut:

$$\vec{V} = v_x \hat{i} + v_y \hat{j} = (-v \sin \theta) \hat{i} + (v \cos \theta) \hat{j} \quad 4-26$$

Sekarang, dengan menggunakan kaidah segitiga siku-siku pada gambar 4.6, kita dapat mengganti $\sin \theta$ dengan y_p / r dan $\cos \theta$ dengan x_p / r menjadi

$$\mathbf{v} = \left(-\frac{vy_p}{r}\right) \mathbf{i} + \left(-\frac{vx_p}{r}\right) \mathbf{j} \quad 4-27$$

Untuk mencari percepatan \mathbf{a} dari objek partikel p , kita harus menurunkan persamaan diatas terhadap waktu. Karena tidak ada perubahan laju v dan jari-jari r terhadap waktu maka kita dapatkan

$$\vec{a} = \frac{d\vec{v}}{dt} = \left(\frac{v}{r} \frac{dy_p}{dt}\right) \mathbf{i} + \left(\frac{v}{r} \frac{dx_p}{dt}\right) \mathbf{j} \quad 4-28$$

Dengan kelajuan $v_y = dy_p/dt$ dan $v_x = dx_p/dt$, juga $v_x = -v \sin \theta$ dan $v_y = v \cos \theta$ kita dapatkan:

$$\mathbf{a} = \left(-\frac{v^2}{r} \cos\theta\right) \mathbf{i} + \left(-\frac{v^2}{r} \sin\theta\right) \mathbf{j} \quad 4-29$$

Vektor ini dan komponen-komponennya dapat dilihat pada gambar 4-6c. Kita bisa dapatkan persamaan

$$a = \sqrt{a_x^2 + a_y^2} = \frac{v^2}{r} \sqrt{(\cos \theta)^2 + (\sin \theta)^2} = \frac{v^2}{r} \sqrt{1} = \frac{v^2}{r} \quad 4-30$$

Dengan mengurai \mathbf{a} , kita dapatkan sudut θ seperti yang ditunjukkan pada gambar 4-10c



$$\tan \phi = \frac{a_y}{a_x} = \frac{-\left(\frac{v^2}{r}\right) \sin \theta}{-\left(\frac{v^2}{r}\right) \cos \theta} = \tan \theta$$

Jadi dengan demikian percepatan a mempunyai arah sepanjang jari-jari r , gambar 4-6a, menuju pusat lingkaran.

Studi Kasus

Seorang pilot menerbangkan jet tempur pada laju $v = 2500$ km/jam dan bergerak melingkar dengan jari-jari kelengkungan $r = 10$ km. Berapakah percepatan sentripetal dalam satuan gravitasi, yang dialami oleh pilot?

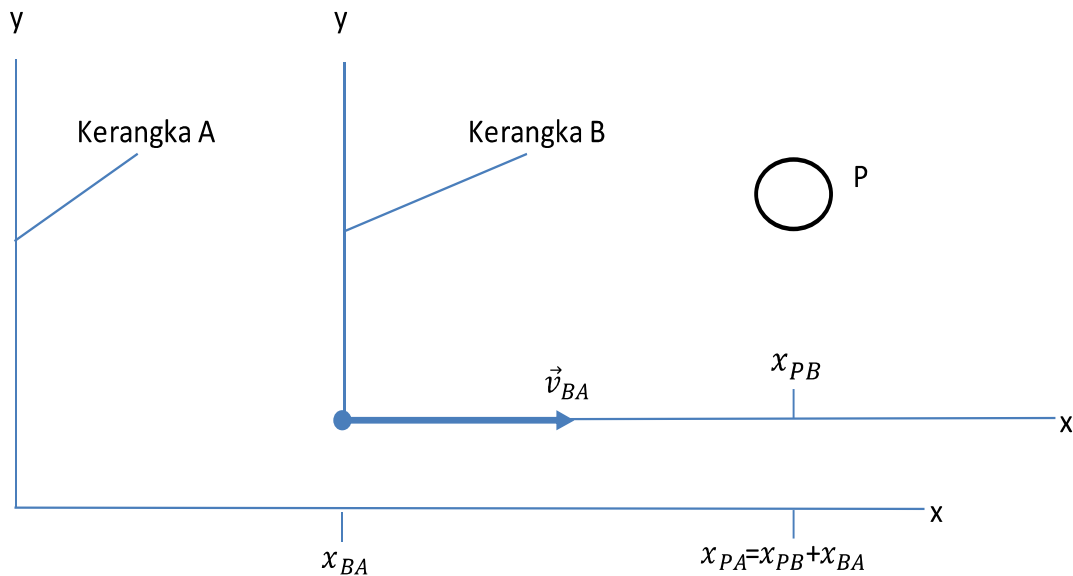
Solusi: Meskipun kelajuan jet tempur adalah konstan, namun lintasan melingkarnya membutuhkan percepatan sentripetal dengan nilai

$$\begin{aligned} a &= \frac{v^2}{r} = \frac{(2500 \text{ km/jam})^2}{10 \text{ km}} = 250 \frac{\text{km}}{\text{jam}} = 69,44 \frac{\text{m}}{\text{s}^2} \\ &= 7,09 g \end{aligned}$$

4.7. Gerak Relatif dalam Satu Dimensi

Gerak suatu objek bergantung pada kerangka acuan dari acuan mana yang melihat atau yang mengukur kecepatan. Kerangka acuan yang sering kita gunakan mengacu pada suatu objek di mana kita menyematkan sistem koordinat. Sebagai contoh, kelajuan yang tertulis pada *speedometer* selalu diukur relatif terhadap permukaan bumi.





Gambar 4.7. Seseorang di kerangka A dan orang lain di kerangka B memperhatikan objek P saat B dan P bergerak pada kecepatan berbeda sepanjang sumbu x yang sama dari kedua kerangka. Pada saat seperti yang ditunjukkan, x_{BA} adalah koordinat B dalam kerangka A. Juga, P adalah koordinat PB dalam kerangka B dan koordinat $x_{PA} = x_{PB} + x_{BA}$ dalam kerangka A.

Seandainya orang A (berada di titik awal kerangka A pada gambar 4-7) sedang berada di suatu titik, orang B (berada di titik awal kerangka B) sedang bergerak dengan laju konstan dan mengamati objek A, maka

$$X_{PA} = X_{PB} + X_{BA} \quad 4-31$$

Persamaan tersebut dibaca: “koordinat objek P yang diukur oleh A (X_{PA}) sama dengan koordinat objek P yang diukur oleh B (X_{PB}) ditambahkan dengan koordinat orang B yang diukur oleh orang A (X_{BA}). Dengan proses diferensiasi didapatkan persamaan



$$\frac{d}{dt} (X_{PA}) = \frac{d}{dt} (X_{PB}) + \frac{d}{dt} X_{BA}$$

Karena $v = dx/dt$, maka

$$V_{PA} = V_{PB} + V_{BA} \quad 4-32$$

Persamaan ini dibaca: “kecepatan objek P yang diukur oleh orang A (V_{PA}) sama dengan kecepatan objek P yang diukur oleh orang B (V_{PB}) ditambah kecepatan orang B yang diukur oleh orang A (V_{BA}). Istilah V_{BA} menunjukkan kecepatan kerangka B relatif terhadap kerangka A. Pada contoh tersebut, hal ini berarti bahwa orang B (di kerangka B) tetap bergerak dengan kecepatan konstan V_{BA} relatif terhadap orang A (di kerangka A)

Untuk menghubungkan percepatan P yang diukur oleh orang A dan orang B, kita ambil turunan terhadap waktu menjadi

$$\frac{d}{dt} (V_{PA}) = \frac{d}{dt} (V_{PB}) + \frac{d}{dt} (V_{BA})$$

Karena V_{BA} adalah konstan, maka suku terakhir adalah nol dan kita peroleh

$$a_{PA} = a_{PB} \quad 4-33$$

Atau dengan kata lain, pengamatan pada kerangka acuan berbeda yang bergerak dengan kecepatan konstan relatif terhadap kerangka acuan lain, bisa mengukur percepatan yang sama untuk suatu objek yang bergerak.



Studi Kasus

Lihatlah pada gambar 4.7 Kecepatan objek B relatif terhadap A adalah konstan $V_{BA} = 52$ km/jam dan objek P bergerak ke arah sumbu x negatif.

- a. Jika seseorang di kerangka A mengukur kecepatan objek P konstan sebesar $V_{PA} = -78$ km/jam, maka berapa kecepatan objek P yang terukur oleh orang di kerangka B ?

Solusi: Kita dapat mengambil kerangka referensi A untuk Alex dan kerangka referensi B untuk Barbara. Kita dapat menggunakan pers. 4-41 untuk menghubungkan V_{PB} dengan V_{PA}

$$V_{PA} = V_{PB} + V_{BA}$$

Atau -78 km/jam = $V_{PB} + 52$ km/jam

Maka, $V_{PB} = -130$ km/jam

- b. Objek P melakukan perlambatan sampai berhenti relatif terhadap orang di kerangka acuan A (yang berarti juga relatif terhadap permukaan tanah) dalam waktu $t = 10$ s, berapakah percepatan relatif terhadap di kerangka a_{PA} tersebut ?

Solusi: Untuk menghitung percepatan mobil p *relatif* terhadap Alex, kita harus menggunakan kecepatan konstan, menggunakan persamaan

$$a_{PA} = \frac{v - v_0}{t} = \frac{0 - \left(-\frac{65 \text{ m}}{3 \text{ s}}\right)}{10 \text{ s}} = \frac{65}{30} \text{ m/s}^2$$



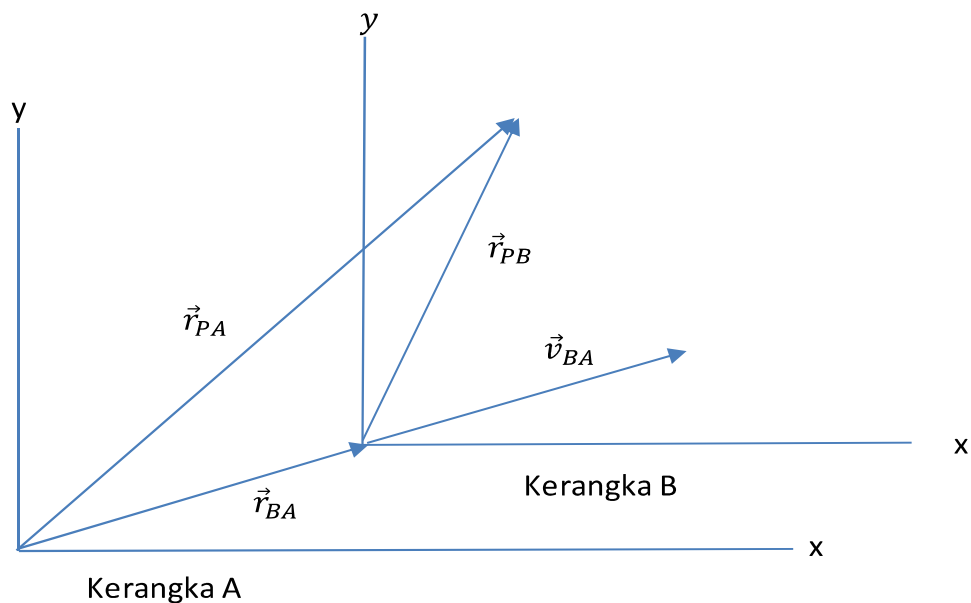
- c. Berapakah percepatan objek P relatif terhadap orang di kerangka acuan B (a_{PB}) selama proses pemberhentian pada kasus b berlangsung?

Solusi: Kita tahu bahwa kecepatan awal $V_{PB} = -130$ km/jam dan kecepatan akhir $V = 52$ km/jam, sehingga dengan persamaan berikut kita peroleh.

$$a_{PB} = \left(\frac{v - v_0}{t} \right) = \frac{\frac{130 \text{ m}}{9 \text{ s}} - \left(-\frac{325 \text{ m}}{9 \text{ s}} \right)}{10 \text{ s}} = \frac{91}{18} \text{ m/s}^2$$

4.8. Gerak Relatif dalam Dua Dimensi

Pada gambar di bawah ini, kembali mengamati sebuah gerakan objek P dari kerangka referensi awal A dan B, sementara B bergerak dengan kecepatan konstan relatif terhadap A (V_{BA}) masing-masing sumbu dari kedua kerangka sejajar.



Gambar 4.12 : Kerangka B memiliki kecepatan dua dimensi yang konstan relatif terhadap kerangka A (\vec{v}_{BA}). Posisi vektor B relatif terhadap A adalah \vec{r}_{BA} . Vektor posisi dari partikel P relatif terhadap A dan relatif terhadap B masing-masing adalah \vec{r}_{PA} dan \vec{r}_{PB}

Vektor dari titik asal kerangka B relatif terhadap titik asal kerangka A adalah R_{BA} , serta vektor posisi dari objek P relatif pada titik asal A adalah R_{PA} dan vektor posisi dari objek P relatif pada titik asal B adalah R_{PB} .

$$r_{PA} = r_{PB} + r_{BA} \quad 4-34$$

dengan menurunkan lagi persamaan 4-34 terhadap waktu, kita mendapatkan hubungan kecepatan v_{PA} dan v_{PB} dari objek P relatif terhadap pengamat

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA} \quad 4-35$$

Kita dapat menghubungkan percepatan rel a_{PA} dan a_{PB} dari P relatif terhadap pengamat sebagai

$$a_{PA} = a_{PB} \quad 4-36$$

Kerangka acuan berbeda yang bergerak dengan kecepatan konstan relatif terhadap kerangka acuan lainnya, akan mengukur percepatan yang sama untuk sebuah objek yang bergerak.



Rangkuman

- Lokasi objek relatif terhadap titik asal sistem koordinat diberikan dengan vektor posisi r , yang dalam notasi vektor satuan adalah

$$r = xi + uj + zk$$

Di sini x_i , y_j , dan z_k adalah komponen vektor dari vektor posisi r , dan x , y , z adalah komponen skalarnya. Vektor posisi dideskripsikan baik dengan nilai dan sudut untuk menunjukkan arah, atau dengan komponen vektor atau skalarnya.

- Perpindahan Δr adalah jika objek bergerak sehingga vektor posisinya berubah dari r_1 menjadi r_2

$$\Delta r = r_2 - r_1$$

Perpindahan dapat juga ditulis sebagai

$$\begin{aligned}\Delta r &= (x_2 - x_1)i + (y_2 - y_1)j + (z_2 - z_1)k \\ &= \Delta x i + \Delta y j + \Delta z k\end{aligned}$$

- Ketika objek mengalami perpindahan sejauh Δr dalam interval waktu Δt , kecepatan rata-rata v_{avg} untuk selang waktu tersebut adalah

$$v_{avg} = \frac{\Delta r}{\Delta t}$$



Saat Δr pada mendekati 0, v_{avg} mencapai limit yang disebut dengan kecepatan sesaat v

$$v = \frac{dr}{dt}$$

yang dapat ditulis ulang dalam notasi vektor satuan sebagai

$$v = v_x i + v_y j + v_z k$$

Di mana $v_x = dx/dt$, $v_y = dy/dt$ dan $v_z = dz/dt$. Kecepatan sesaat v suatu objek selalu diarahkan di sepanjang garis singgung (tangen) terhadap lintasan objek pada posisinya.

- Saat kecepatan partikel berubah dari V_1 menjadi V_2 selama interval waktu Δt , percepatan rata-rata selama Δt adalah

$$a_{\text{avg}} = \frac{v_2 - v_1}{\Delta t}$$

Saat Δt mendekati 0, A_{avg} mencapai nilai limit yang disebut percepatan sesaat

$$a = \frac{dv}{dt}$$

Dalam notasi vektor satuan

$$a = a_x i + a_y j + a_z k$$



Di mana $a_x = dv_x/dt$, $a_y = dv_y/dt$, dan $a_z = dv_z/dt$

- Gerak proyektil adalah gerak suatu benda yang dengan kecepatan awal, kemudian menempuh lintasan yang arahnya dipengaruhi oleh percepatan gravitasi dan hambatan udara. Jika v_a dinyatakan sebagai besaran (laju v_0) dan sudut θ_0 maka persamaan gerak objek sepanjang sumbu horizontal dan sumbu vertikal y adalah

$$x - x_0 = (v_0 \cos \theta_0)t$$

$$y - y_0 = (v_0 \sin \theta_0)t - \frac{1}{2}gt^2$$

$$v_y = v_0 \sin \theta_0 - gt$$

$$v_y^2 = (v_0 \sin \theta_0)^2 - 2g(y - y_0)$$

Trajektor (lintasan) partikel dalam gerak proyektil berbentuk parabola dan diberikan oleh

$$y = (\tan \theta_0)x - \frac{g}{2(v_0 \cos \theta_0)^2}x^2$$

Jangkauan horizontal R partikel, yang berarti jarak horizontal dari titik peluncuran ke titik di mana partikel kembali ketinggian peluncuran adalah

$$R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\theta_0$$



- Gerak Melingkar Beraturan jika sebuah partikel bergerak sepanjang lingkaran atau busur lingkaran berjari-jari r dengan kelajuan konstan v . objek sedang mengalami gerak melingkar beraturan dan mempunyai percepatan a dengan nilai

$$a = \frac{v^2}{r}$$

Arah a menuju pusat lingkaran atau busur lingkaran dan a disebut percepatan *sentripetal*. Waktu yang dibutuhkan partikel untuk bergerak melingkar sempurna adalah

$$T = \frac{2\pi r}{v}$$

- Saat dua kerangka acuan A dan B bergerak relatif satu sama lain dengan kecepatan konstan. Kecepatan objek P diukur oleh seorang pengamat pada kerangka A biasanya berbeda dan kecepatan yang diukur oleh seorang pengamat pada kerangka B. Kedua kecepatan yang diukur dihubungkan dengan

$$v_{PA} = v_{PB} + v_{BA}$$

Di mana v_{BA} adalah kecepatan B terhadap A. Kedua pengamat mengukur percepatan yang sama untuk partikel P

$$a_{PA} = a_{PB}$$



BAB 5

DINAMIKA I

Sebelumnya kita telah mempelajari tentang gerak, selain gerak dalam mekanika juga mempelajari apa yang menyebabkan objek bergerak mengalami percepatan. Ya benar, penyebabnya tak lain adalah gaya, yang dapat diartikan dorongan atau tarikan terhadap objek. Dinamika adalah cabang ilmu yang mempelajari gaya dan torsi serta pengaruhnya pada gerak. Secara umum, dinamika sangat berkaitan erat dengan Hukum Newton tentang gerak, namun begitu ketiga Hukum Newton tetap saling berkaitan satu sama lain. Konsep dinamika berperan dalam menyelesaikan persoalan yang berkaitan dengan gaya. Para peneliti yang menekuni dinamika akan mendalami bagaimana sistem mengalami perubahan dan penyebab mereka berubah.



Gambar 5.1. Ilustrasi Bab Dinamika I ([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))



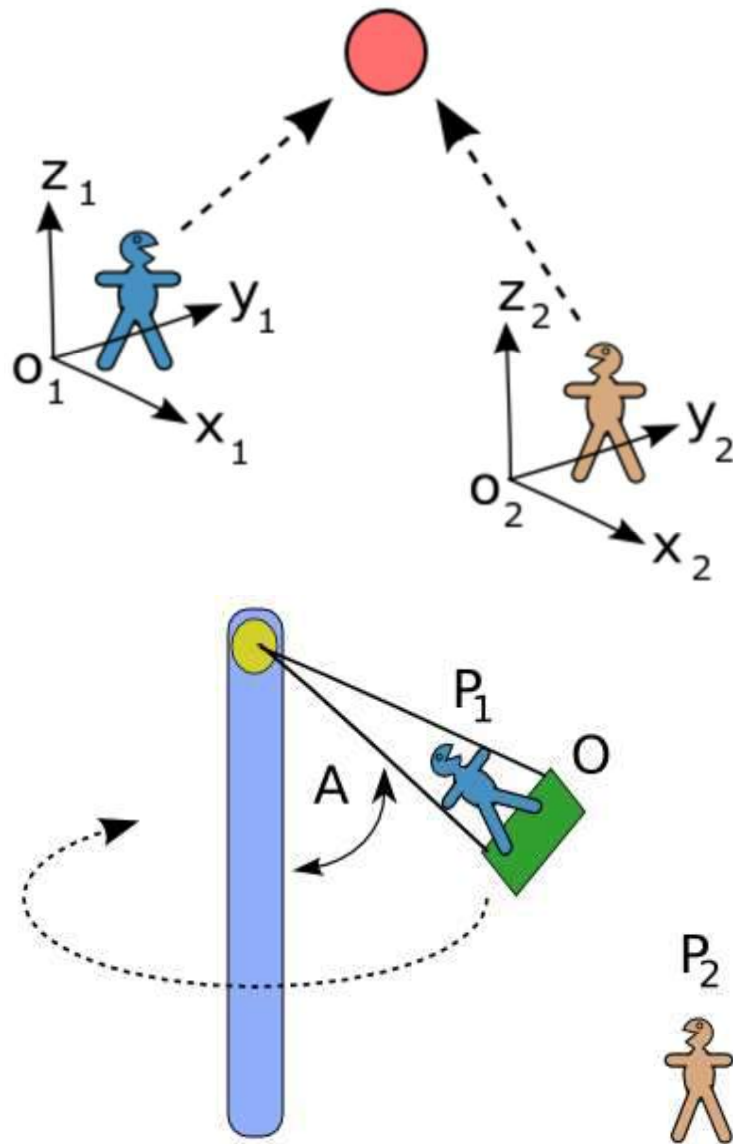
5.1. Kerangka Acuan

Kerangka acuan adalah suatu sudut pandang akan pengamatan suatu sistem. Kerangka acuan memberikan pusat koordinat relatif terhadap seorang pengamat yang dapat mengukur gerakan, posisi, dan orientasi semua objek yang terdapat dalam sistem. Terdapat dua jenis kerangka acuan, yaitu: kerangka acuan inersia dan kerangka acuan non-inersia.

Kerangka acuan inersia adalah kerangka yang digunakan sebagai acuan dalam melakukan pengamatan. Kerangka acuan inersia merupakan suatu kerangka acuan yang bergerak dengan kecepatan konstan dan tidak ada percepatan, serta berlaku hukum inersia dan hukum gerak Newton, juga tidak terdapat gaya-gaya fiktif.

Kerangka acuan non-inersia adalah kerangka yang digunakan sebagai acuan dalam melakukan pengamatan. Kerangka acuan non-inersia merupakan suatu kerangka acuan yang kecepatannya berubah dan adanya percepatan / perlambatan, hukum inersia tidak lagi berlaku, dan gaya-gaya fiktif agar hukum gerak Newton dapat tetap diterapkan.



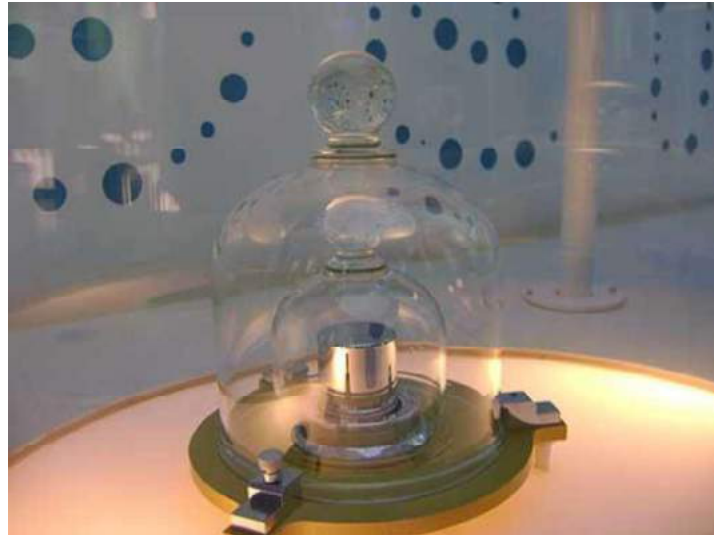


Gambar 5.2. Ilustrasi Kerangka Acuan Inersia dan Non-inersia

5.2. Massa

Massa adalah besaran yang digunakan untuk menyatakan jumlah / besar materi yang terdapat dalam sebuah benda, oleh karenanya massa setiap benda adalah selalu sama di manapun benda tersebut berada. Berbeda dengan berat, berat adalah besaran sebuah benda yang dipengaruhi oleh gaya gravitasi. Berat suatu benda bisa saja berbeda dengan massanya, jika berat tersebut diukur di beda tempat yang memiliki perbedaan nilai

gravitasi. Massa dilambangkan dengan simbol m atau M , sedangkan berat dilambangkan dengan simbol W .



Gambar 5.3. Alat Acuan Pengukur Massa 1kg
([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))

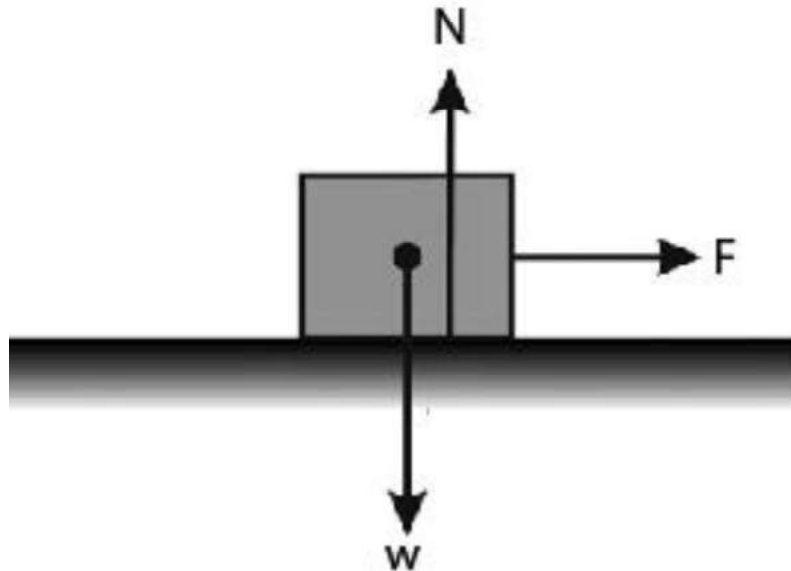
Dalam dinamika massa mempunyai peranan penting dalam menentukan sifat suatu benda. Massa erat hubungannya dengan besaran-besaran lain seperti gaya, momentum dan energi. Pada konteks inersia massa merupakan ukuran kelembaman suatu objek untuk mengubah keadaan posisinya saat suatu gaya diterapkan. Untuk besar penerapan gaya yang sama, objek dengan massa yang kecil akan bisa bergerak lebih cepat daripada objek dengan massa yang besar. Atau dengan kata lain massa suatu benda adalah karakteristik yang menghubungkan gaya pada benda dengan percepatan yang di hasilkan.

5.3. Gaya

Kita tahu bahwa gaya dapat menyebabkan percepatan pada suatu objek. Pada kesempatan ini kita akan mendefinisikan gaya dalam hubungannya dengan percepatan yang diberikan oleh gaya terhadap suatu objek. Lihatlah gambar 5.2 suatu benda diletakkan



di atas bidang horizontal tanpa gesekan dan kita tarik benda tersebut ke kanan dengan gaya F .



Gambar 5.3. Gaya \vec{F} pada sebuah benda

Gaya dapat menggerakkan benda bebas atau benda yang tidak terikat melalui sebuah interaksi yang bila bekerja akan mempengaruhi suatu perubahan keadaan gerak, posisi, atau bahkan perubahan bentuk suatu objek. Dalam kehidupan sehari-hari gaya merupakan bagian yang tak dapat terlepas dari kita, sebut saja seperti gerakan tubuh dan bekerja. Oleh karena itu dapat dikatakan bahwa gaya merupakan sesuatu yang selalu mengiringi aktivitas manusia.

5.4. Hukum Newton I

Sebuah benda agar dapat bergerak harus diberikan suatu gaya, baik itu bentuknya dengan dorongan atau tarikan, maupun diletakkan pada bidang miring atau bidang lainnya yang secara alami dapat menyebabkan benda tersebut bergerak. Misalnya jika kita menggulirkan sekeping uang logam di atas bidang permukaan kasar, pasti kepingan itu akan melambat dan kemudian berhenti. Bisa saja jika kita ingin kepingan logam tersebut bergerak dengan



kecepatan konstan, maka kita harus menarik atau mendorongnya terus-menerus. Namun jika kita ingin kepingan logam tersebut bergerak terus maka kita bisa menggulirkannya di atas bidang yang permukaannya licin sempurna, sehingga kepingan tersebut bisa tetap bergerak tanpa harus kita menarik atau mendorongnya terus-menerus.

Dari penjelasan tersebut, kita dapat menyimpulkan bahwa benda akan terus menerus bergerak dengan kecepatan konstan bila tidak ada gaya yang bekerja padanya. Sehingga dapat kita definisikan bahwa Hukum Newton I menyatakan bahwa jika resultan gaya yang bekerja pada suatu benda sama dengan nol, maka benda diam akan terus diam atau terus bergerak dengan kecepatan konstan. Selain itu Hukum Newton I bisa juga disebut sebagai hukum inersia (kelembaman) dan dirumuskan sebagai $\sum F = 0$ di mana $\sum F$ merupakan resultan gaya yang bekerja pada benda.

5.5. Hukum Newton II

Hukum Newton II menyatakan bahwa resultan gaya yang bekerja pada suatu benda sebanding dengan hasil kali massa benda dan percepatannya. Dalam bentuk persamaan, didefinisikan sebagai $\sum F = ma$. Resultan gaya merupakan hasil resultan semua gaya yang bekerja pada benda tersebut.

Tiga komponen pada tiap sumbu sistem koordinat xyz : $F_x = ma_x$, $F_y = ma_y$ dan $F_z = ma_z$. Setiap persamaan tersebut menghubungkan komponen gaya pada setiap sumbu dengan percepatan pada arah sumbu yang sama. Komponen gaya x hanya menyebabkan percepatan benda pada arah x, tidak bisa menyebabkan percepatan pada arah y dan z.



Tabel 5.1. Satuan dalam Hukum Kedua Newton

Sistem	Gaya	Massa	percepatan
SI	Newton (N)	Kilogram (kg)	m/s ²
CGS	Dyne	Gram(g)	cm/s ²
British	Pound (lb)	Slug	ft/s ²

Studi Kasus

Sebuah benda bermassa 2kg bergerak dan mengalami percepatan sebesar 3,0 m/s² di atas bidang permukaan licin horizontal. Percepatan benda tersebut disebabkan oleh tiga gaya pada sumbu horizontal, yang mana dua di antaranya diketahui yaitu $F_1 = 10\text{N}$ dan $F_2 = 20\text{N}$. Berapakah nilai gaya F_3 ?

Solusi: Kita gunakan hukum newton 2, $\sum F = ma$. Itu berarti $F_1 + F_2 + F_3 = ma$

$$F_3 = ma - F_1 - F_2$$

Komponen sepanjang sumbu x

$$\begin{aligned} F_{3,x} &= ma_x - F_{1,x} - F_{2,x} \\ &= m(a \cos 50^\circ) - F_1 \cos (-150^\circ) - F_2 \cos 90^\circ \\ &= 12.5 \text{ N} \end{aligned}$$

Komponen sepanjang sumbu y

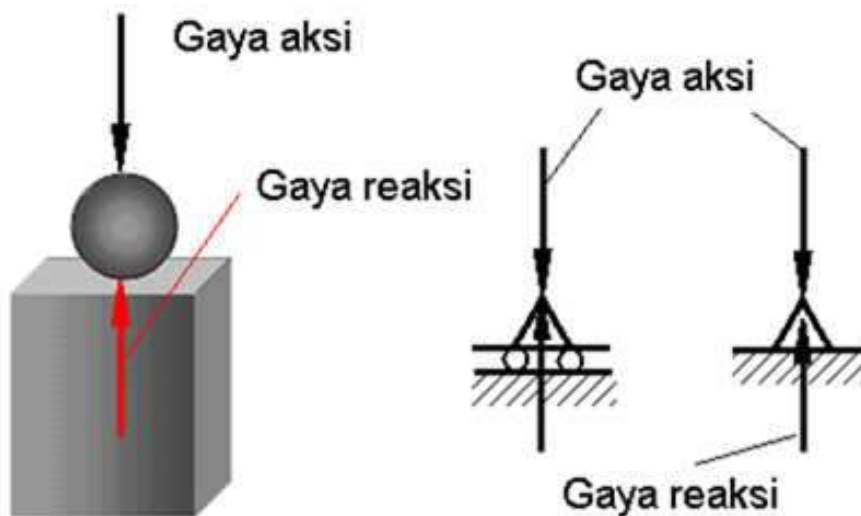
$$\begin{aligned} F_{3,y} &= ma_y - F_{1,y} - F_{2,y} \\ &= m(a \sin 50^\circ) - F_1 \sin (-150^\circ) - F_2 \sin 90^\circ \\ &= -10,4 \text{ N} \end{aligned}$$



Jadi dalam notasi vektor satuan di dapatkan $F_3 = F_{3,x} I + F_{3,y} j = (12,5N)I - (10,4N)j$. Dari situ kita bisa dapatkan nilai resultannya sebesar 16,6 N Dan $\theta = \tan^{-1} F_{3,y} / F_{3,x} = -40^\circ$

5.6. Hukum Newton III

Jika dua benda saling berinteraksi, lalu salah satunya memberikan gaya sebagai aksi pada benda yang lainnya, maka benda lainnya tersebut akan memberikan gaya yang sama dengan arah yang berlawanan sebagai reaksi pada benda yang memberikannya gaya aksi. Sehingga terjadilah saling memberikan aksi-reaksi dengan nilai yang sama dan arah yang berlawanan satu sama lain. Hal tersebut dapat didefinisikan sebagai Hukum Newton III, Aksi = - Reaksi. Lihatlah contoh ilustrasi pada gambar di bawah ini



Gambar 5.4. Gaya Aksi-Reaksi Pada Dua Benda Yang Saling Berinteraksi



5.7. Gaya Lainnya

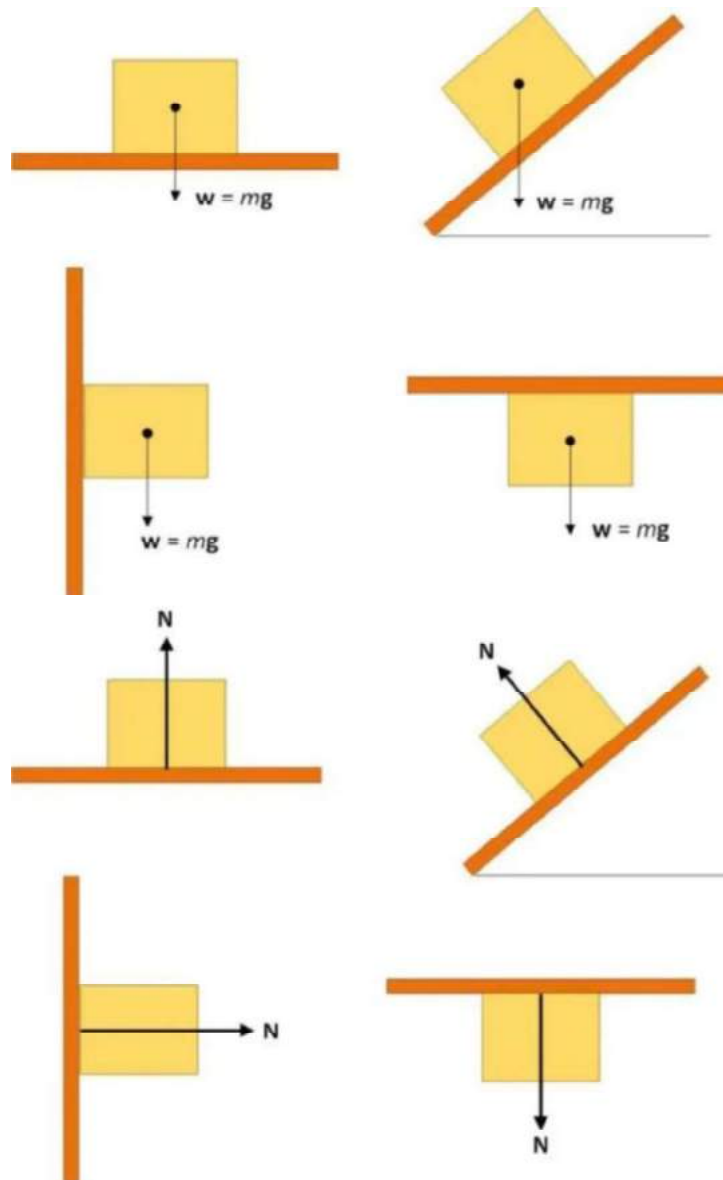
Gaya Gravitasi

Gaya gravitasi merupakan gaya tarik dari sebuah benda ke pusat benda tersebut. Sehingga dari situ definisi gaya gravitasi bumi adalah gaya tarik menarik sebuah benda menuju pusat bumi atau permukaan bumi. Kita sering menjumpai contoh gaya gravitasi bumi dari fenomena objek yang jatuh. Sebuah benda dengan massa m yang mengalami gerak jatuh bebas dengan percepatan sebesar g , maka gaya yang bekerja pada benda tersebut adalah gaya gravitasi F_g . Kita dapat menghubungkan gaya gravitasi ini dengan Hukum Newton II, sehingga kita dapat menulisnya untuk gaya gravitasi menjadi $F_g = mg$, di mana g adalah percepatan jatuh bebas / gravitasi yang mengarah ke bawah.

Gaya Berat dan Normal

Gaya berat (W) adalah gaya gravitasi yang bekerja pada benda bermassa. Gaya berat selalu mengarah menuju ke pusat bumi (bawah) dengan besar nilai $W = m \cdot g$ dan satuannya kg m/s^2 atau newton. Gaya normal (F_N) adalah gaya tegak lurus terhadap permukaan bidang sentuh yang bekerja pada dua objek yang saling bersentuhan. Satuan gaya normal adalah kg m/s^2 atau newton.





Gambar 5.5. Diagram Gaya Berat (kiri) Dan Gaya Normal (kanan)

Gaya Gesek

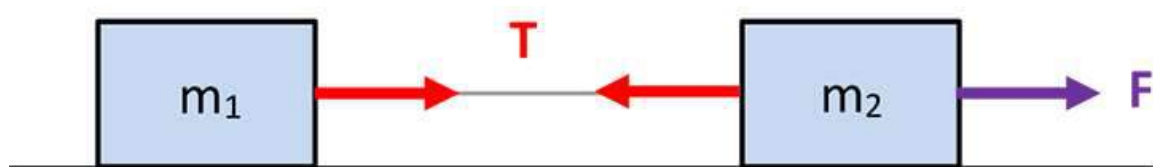
Gaya gesek adalah gaya yang arahnya berlawanan dengan gerak benda atau arah kecenderungan gerak alami benda. Gaya gesek terjadi ketika dua buah benda saling bersentuhan dan permukaannya saling tidak licin sempurna. Gaya ini selalu sejajar terhadap permukaan dan mengarah berlawanan dengan arah geraknya untuk menahan pergerakan. Dalam hal ini, jenis gaya gesek antara dua buah benda padat yaitu gaya gesek statis dan



gaya gesek kinetis. Kita akan membahas lebih lanjut tentang gaya gesek atau gesekan ini pada bab berikutnya.

Gaya Tegangan

Gaya tegangan tali adalah gaya yang bekerja pada tali (bisa tali, kabel, kawat atau yang semacamnya) ketika tali tersebut dalam keadaan tegang karena reaksi gaya luar. Arah gayanya tergantung pada titik yang dipilih sebagai acuan peninjauan. Gaya tegangan tali atau disebut juga sebagai tension force, yang biasanya disimbolkan dengan huruf T capital, dan satuannya adalah m/s^2 atau Newton.



Gambar 5.6. Diagram Gaya Tegangan Tali

Rangkuman

- Dalam dinamika menghubungkan antara gerak (percepatan), massa dan gaya. Gerak suatu objek dapat berubah ketika objek tersebut dikenai satu atau lebih gaya.
- Gaya adalah besaran vektor, nilainya didefinisikan sebagai hasil kali massa dengan percepatan. Resultan gaya dijumlahkan menurut aturan aljabar vektor. Resultan gaya yang bekerja pada benda adalah jumlah dari semua vektor gaya yang bekerja pada benda tersebut.
- Hukum Pertama Newton menyatakan jika resultan gaya yang bekerja pada suatu benda sama dengan nol, maka benda akan tetap diam atau bergerak dengan kecepatan konstan. $\sum F = 0$

- Kerangka Inersia adalah kerangka acuan di mana dinamika newton berlaku. Sebaliknya kerangka acuan di mana dinamika newton tidak berlaku di dalamnya disebut kerangka non-inersia
- Massa suatu benda adalah sifat benda yang menghubungkan resultan gaya dan percepatan benda. Massa adalah besaran skalar.
- Hukum Kedua Newton menyatakan resultan gaya yang bekerja pada suatu benda sebanding dengan massa benda dikalikan percepatannya. $\sum F = ma$
- Gaya berat (W) adalah gaya gravitasi yang bekerja pada benda bermassa. Gaya normal (F_N) adalah gaya tegak lurus terhadap permukaan bidang sentuh yang bekerja pada dua objek yang saling bersentuhan. Satuan kedua gaya tersebut adalah kg m/s^2 atau newton.
- Gaya gesek adalah gaya yang arahnya berlawanan dengan gerak benda atau arah kecenderungan gerak alami benda. Gaya ini selalu sejajar terhadap permukaan dan mengarah berlawanan dengan arah geraknya untuk menahan pergerakan.
- Jika dua benda saling berinteraksi, lalu salah satunya memberikan gaya sebagai aksi pada benda yang lainnya, maka benda lainnya tersebut akan memberikan gaya yang sama dengan arah yang berlawanan sebagai reaksi pada benda yang memberikannya gaya aksi. Hukum Newton III dapat didefinisikan sebagai Aksi = - Reaksi.



BAB 6

DINAMIKA II

Kita telah mempelajari tentang dinamika yang berkaitan erat dengan Hukum Newton tentang gerak. Konsep dinamika berperan dalam menyelesaikan persoalan yang berkaitan dengan gaya. Pada bab ini kita akan mempelajari tiga jenis gaya di antaranya yaitu gaya gesek, gaya hambat, dan gaya sentripetal



Gambar 6.1. Ilustrasi Bab Dinamika 2 ([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))

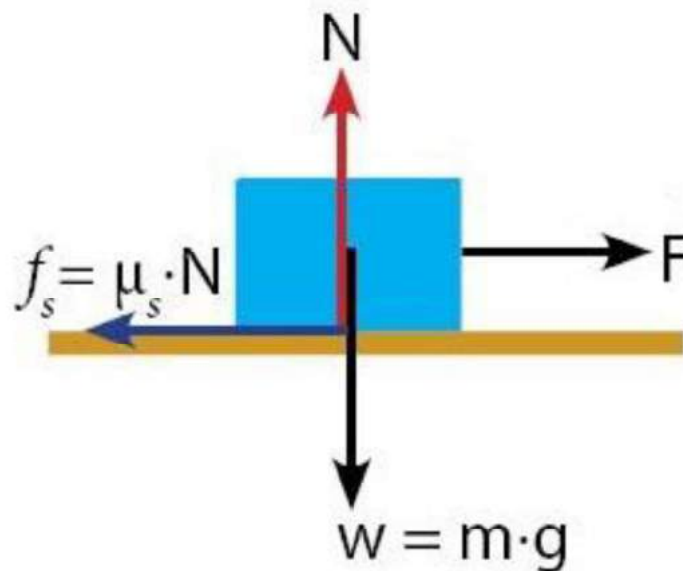
6.1. Gesekan

Gesekan selalu ada dalam kehidupan kita sehari-hari, ia menjadi penghambat bagi suatu benda dalam bergerak. Gaya gesek sendiri terdiri menjadi dua jenis yaitu gaya gesek statis dan



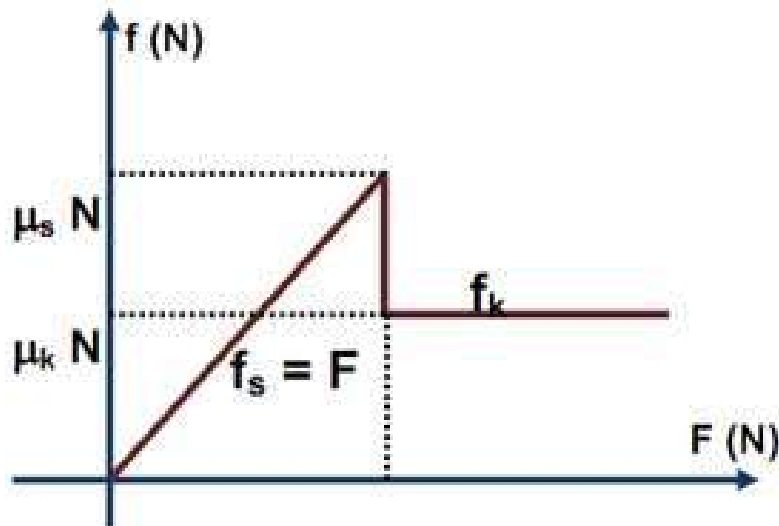
gaya gesek kinetis. Gaya gesek statis adalah gaya yang terjadi karena adanya gesekan antara dua benda padat yang tidak bergerak relatif satu sama lainnya. Sedangkan gaya gesek kinetis adalah gaya gesek terjadi karena adanya gesekan antara dua benda yang bergerak relatif satu sama lainnya.

Gaya gesek dapat dirumuskan sebagai $f = \mu F_n$, di mana μ adalah koefisien gesek dan F_n adalah gaya normal yang bekerja pada bidang objek dari bidang alas permukaan. Perhatikan pada gambar 6.3 jika gaya gesek f lebih besar dari gaya tarik F maka benda diam tidak bergerak, bila nilai f sama dengan gaya F benda tersebut tepat akan bergerak, dan ketika gaya tarik F lebih besar dari gaya gesek f maka benda tersebut akan bergerak. Koefisien gesek statis dan kinetis umumnya masing-masing dinotasikan dengan μ_s dan μ_k . Nilai gaya gesek memiliki titik maksimum f_s , di mana nilai $f_{s,max} = \mu_s \cdot F_n$. Kemudian setelah bergerak akan memiliki nilai gaya gesek f_k yang konstan dan berlawanan arah dengan arah gerak dengan besar nilai $f_k = \mu_k \cdot F_n$



Gambar 6.2. Diagram Gaya Pada Balok Di Atas Bidang Horizontal





Gambar 6.3. Menggambarkan Nilai Gaya Gesek

Studi Kasus

Sebuah objek diletakkan pada sebuah bidang horizontal. Massa objek 4 tersebut kg. Koefisien gesek antara bidang dan objek adalah 0,2 dan 0,4. Apakah objek bergerak jika diberikan gaya tarik pada objek sebesar 6 N, 16 N, dan 20 N ?

Solusi: Berat objek $\rightarrow w = m \cdot g = (4) (10) = 40 \text{ N}$. Lalu kita bisa dapatkan gaya normal dengan meninjau sumbu Y $\sum F_y = 0 \rightarrow N = w = 40 \text{ N}$. Setelah itu Kita tentukan gaya gesek statis maksimum $f_{s.maks} = \mu_s \cdot N = 16 \text{ N}$, sehingga:

$$P (6 \text{ N}) < f_s (16 \text{ N}) \rightarrow \text{benda tidak bergerak.}$$

$$P (16 \text{ N}) = f_s (16 \text{ N}) \rightarrow \text{benda tepat akan bergerak.}$$

$$P (20 \text{ N}) > f_s (16 \text{ N}) \rightarrow \text{benda bergerak dengan nilai percepatan}$$

$$\sum f_x = m \cdot a \rightarrow P - f_k = m \cdot a \rightarrow a = 3 \text{ m/s}^2$$

6.2. Gaya Hambat dan Kelajuan Terminal

Gaya hambat merupakan gaya yang menghambat pergerakan sebuah objek yang melalui suatu fluida bisa berupa cairan ataupun

gas. Fenomena tersebut terjadi ketika ada gerakan relatif antara fluida dengan objek, objek akan mengalami gaya hambat yang arahnya berlawanan dengan gerak relatifnya dan searah dengan aliran fluida relatif terhadap benda. Bentuk gaya hambat tersusun dari sejumlah gaya gesek dan tekanan, dan arahnya berlawanan arah dengan arah pergerakan benda tersebut. Gaya hambat dapat didefinisikan sebagai

$$F_d = \frac{1}{2} C \rho A v^2 \quad 6-1$$

di mana C adalah koefisien hambatan, ρ massa jenis fluida, A luas penampang objek, dan v kelajuan benda. Adapun aktor-faktor yang mempengaruhi gaya hambat pada umumnya adalah faktor bentuk hambatan, gesekan permukaan, jenis fluida, dan interferensi hambatan.

Sebuah objek tumpul mengalami gerak jatuh bebas dari keadaan diam, objek tersebut kemudian melewati sebuah fluida, sehingga mengalami gaya hambat yang arahnya ke atas dan nilainya secara perlahan bertambah dari sejalan dengan bertambahnya kelajuan objek. Gaya hambat ke atas melawan gaya gravitasi pada benda yang mengarah ke bawah. Dari situ kita dapat menghubungkan gaya-gaya tersebut dengan menggunakan Hukum Newton Kedua dalam acuan gerak sumbu y vertikal sebagai

$$F_d - F_g = m \cdot a \quad 6-2$$

Jika $F_d = F_g$, maka berdasarkan persamaan di atas kita dapati nilai percepatannya sama dengan nol sehingga kelajuan benda tidak lagi bertambah, dan kelajuan konstan objek yang jatuh dalam fluida disebut dengan kelajuan terminal v_t . Untuk mendapatkan v_t , kita bisa definisikan dari persamaan 6-1 sehingga memperoleh



$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}} \quad 6-3$$

Studi Kasus

Jika sebuah objek yang jatuh bebas mencapai kelajuan terminal pertama sebesar 180 km/jam saat berada pada posisi pertama dan kemudian objek tersebut mengembang / meregang sedemikian rupa menjadi empat kali lebih besar luas permukaannya pada posisi yang kedua. Berapakah kelajuan objek tersebut jatuh ketika ia mencapai laju terminal yang baru pada posisi keduanya tersebut ?

Solusi: kasus tersebut diselesaikan dengan membandingkan kelajuan terminal pada kondisi awal dan akhirnya.

$$\frac{v_{t2}}{v_{t1}} = \frac{\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A_2}}}{\sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A_1}}} = \sqrt{\frac{A_1}{A_2}} = \sqrt{\frac{A_1}{4A_1}} = \sqrt{\frac{1}{4}} = 0,5$$

yang berarti bahwa $v_{t2} = 0,5 \cdot v_{t1}$ atau sekitar 90 km/jam

6.3. Gaya Sentripetal dan Gerak Melingkar

Ketika suatu objek bergerak melingkar maka objek tersebut memiliki percepatan sentripetal dengan nilai yang didefinisikan sebagai

$$a = \frac{v^2}{R} \quad 6-4$$

Berdasarkan hukum kedua Newton, suatu gaya bisa menyebabkan percepatan. Untuk objek yang bergerak melingkar, akan terdapat gaya yang mengarah ke pusat lingkaran dan gaya tersebut disebut



dengan gaya sentripetal. Gaya sentripetal memberikan percepatan pada benda dengan mengubah arah kecepatan tanpa mengubah kecepatan benda.

$$F = m \frac{v^2}{R} \quad 6-5$$

Studi Kasus

Satelit komunikasi bermassa 120 kg mengorbit bumi dengan ketinggian 30km dari permukaan bumi dan memiliki laju konstan v sebesar 7,6 km/s. Berapakah percepatan dan gaya sentripetal satelit tersebut?

Solusi: kita gunakan persamaan 6-4 dan 6-5. $R_{\text{Bumi}} = 6,37 \times 10^6 \text{ m}$

$$\text{Percepatan : } a = \frac{v^2}{R} = \frac{v^2}{R_B + h} = \frac{(7,6 \times 10^3)^2}{6,37 \times 10^6 + 3 \times 10^4} = 9,025 \text{ m/s}^2$$

$$\text{Gaya sentripetal : } F = m \frac{v^2}{R} = ma = 120 \times 9 = 1080 \text{ N}$$

Rangkuman

- Gaya gesek statis adalah gaya yang terjadi karena adanya gesekan antara dua benda padat yang tidak bergerak relatif satu sama lainnya. Sedangkan gaya gesek kinetis adalah gaya gesek terjadi karena adanya gesekan antara dua benda yang bergerak relatif satu sama lainnya.
- Nilai gaya gesek memiliki titik maksimum f_s , di mana nilai $f_{s,max} = \mu_s \cdot F_n$
- Setelah bergerak akan memiliki nilai gaya gesek f_k yang konstan dan berlawanan arah dengan arah gerak dengan besar nilai $f_k = \mu_k F_n$



- Gaya hambat merupakan gaya yang menghambat pergerakan sebuah objek yang melalui suatu fluida bisa berupa cairan ataupun gas. Fenomena tersebut terjadi ketika ada gerakan relatif antara fluida dengan objek, objek akan mengalami gaya hambat yang arahnya berlawanan dengan gerak relatifnya dan searah dengan aliran fluida relatif terhadap benda.

$$F_d = \frac{1}{2} C \rho A v^2$$

- Kelajuan terminal didefinisikan sebagai

$$v_t = \sqrt{\frac{2F_g}{C\rho A}}$$

- Ketika suatu objek bergerak melingkar maka objek tersebut memiliki percepatan sentripetal dengan nilai yang didefinisikan sebagai

$$a = \frac{v^2}{R}$$

- Gaya sentripetal didefinisikan sebagai

$$F = m \frac{v^2}{R}$$



Apa yang kita ketahui adalah setetes air, apa yang kita tidak ketahui
adalah lautan.

Isaac Newton



BAB 7

DINAMIKA ROTASI I

Pada bab ini kita akan membahas gerak tentang dinamika pada objek yang berotasi, dalam suatu sumbu. Begitu banyak aktivitas dinamika rotasi dalam kehidupan sehari-hari, kita pasti selalu melihat kasus-kasus yang berkaitan dengan itu. Seperti mungkin misalnya mesin-mesin kendaraan, konstruksi jalan, hiburan permainan, bahkan untuk hal sekecil membuka gagang pintu, dll semuanya termasuk dan berkorelasi dengan dinamika rotasi.



Gambar 7.1. Ilustrasi Bab Dinamika Rotasi ([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))



7.1. Variabel Rotasi

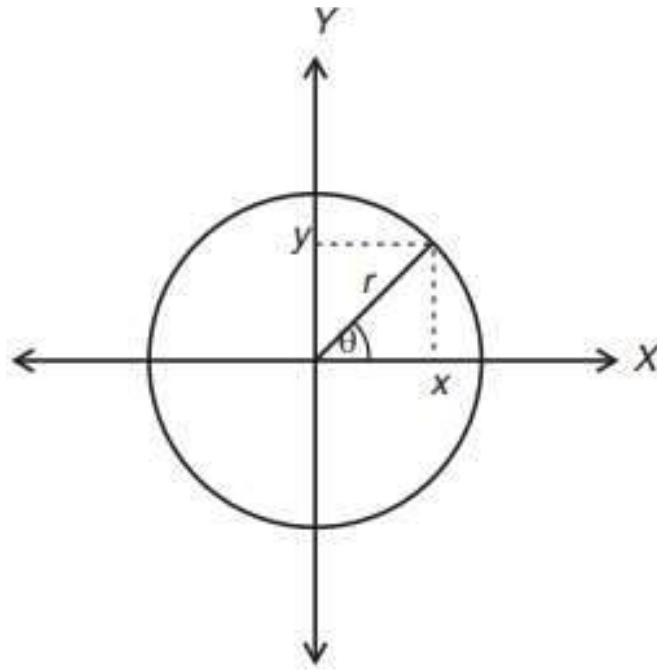
Pembahasan pada bab ini kita mulai dengan mendefinisikan variabel-variabel untuk gerak rotasi. Kita akan menganalisis rotasi benda tegar terhadap sumbu tetap yang bergerak, benda tegar sendiri dalam konteks ini adalah benda yang dapat berotasi dengan semua partisi yang terikat dan tidak ada perubahan bentuk apapun. Variabel-variabel dalam gerak rotasi di antaranya adalah posisi sudut, perpindahan sudut, kecepatan sudut dan percepatan sudut.

Posisi dan Perpindahan Sudut

Pada gerak sudut rotasi, setiap titik pada benda berpindah posisi dalam lingkaran yang berpusat pada sumbu rotasi tetap, dan setiap titik perpindahannya tersebut melalui sudut yang sama selama selang waktu tertentu. Posisi sudut garis ini adalah sudut garis relatif terhadap suatu sumbu arah tetap, yang kita ambil sebagai *posisi sudut nol*. Posisi sudut θ diukur relatif terhadap arah positif sumbu x . Berdasarkan geometri, θ didefinisikan sebagai

$$\theta = \frac{s}{r} \qquad 7-1$$





Gambar 7.2. Posisi sudut

Di mana S adalah panjang busur lingkaran yang diperpanjang dari posisi sudut nol ke garis acuan. Perpindahan sudut dengan arah yang berlawanan dengan arah rotasi jarum jam adalah positif, dan yang searah dengan rotasi jarum jam adalah negatif.

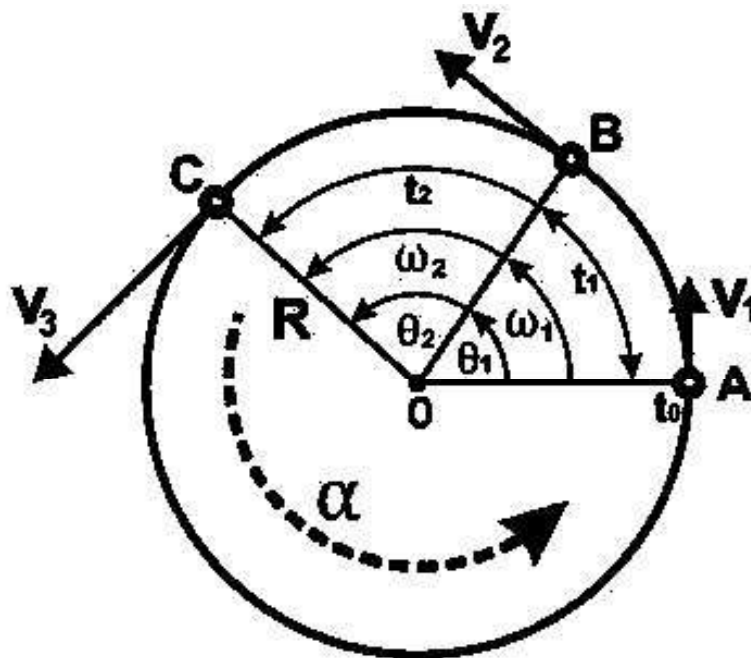
Kecepatan Sudut

Kecepatan sudut besaran yang menyatakan frekuensi sudut suatu benda dan sumbu putarnya. Satuan SI untuk kecepatan sudut adalah radian per detik, meskipun ada juga satuan lain yang sering digunakan yaitu derajat per detik, rotasi per detik, derajat per jam, dan lain-lain. Kecepatan sudut disimbolkan oleh omega. Arah vektor kecepatan sudut adalah tegak lurus dengan bidang rotasi, dalam arah yang biasa disebut kaidah tangan kanan. Anggaplah bahwa benda kita yang berotasi berada pada posisi θ_1 pada saat t_1 , dan berada saat posisi sudut θ_2 pada saat t_2 . Kita dapat definisikan kecepatan sudut rata-rata benda dalam interval Δt dari t_1 ke t_2 menjadi

$$\omega \text{ avg} = \frac{\Delta\theta}{\Delta t}$$

7-2

kecepatan sudut sesaat ω merupakan adalah limit perbandingan dengan Δt mendekati nol. Jika sebuah objek bergerak translasi sepanjang sumbu x dengan kecepatan linier v, nilainya bisa positif atau negatif tergantung pada arah pergerakan objek tersebut, apakah ke arah positif atau negatif sumbu.



Gambar 7.3. Kecepatan Sudut

Percepatan sudut

Percepatan sudut adalah perubahan kelajuan sudut terhadap waktu. Dalam Satuan Internasional, percepatan sudut dinyatakan dalam satuan radian per detik kuadrat (rad/s²). Jika kecepatan sudut suatu objek yang berputar tidak konstan maka ia mempunyai percepatan sudut α_1 sebagai kecepatan sudut pada t_1 dan α_2 sebagai kecepatan sudut pada t_2 . Percepatan sudut rata-rata benda yang berotasi dalam interval t_1 ke t_2 didefinisikan sebagai



$$\alpha_{\text{avg}} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t} \quad 7-3$$

Di mana $\Delta\omega$ merupakan perubahan kecepatan sudut yang terjadi selama interval waktu Δt .

Studi Kasus

Sebuah benda bergerak melingkar dengan jari-jari lingkaran yang dibentuknya adalah 90 cm. Berapakah posisi sudut dalam satuan radian dan derajat jika benda tersebut menempuh lintasan dengan panjang busur 9 cm.

Solusi: kita dapat menggunakan persamaan 10-1

$$\theta = s/R = 9 \text{ cm}/90 \text{ cm} = 0,1 \text{ rad} = (0,1) \cdot (57,3^\circ) = 5,73^\circ$$

7.2. Hubungan Variabel Rotasi dan Linear

Variabel-variabel rotasi memiliki hubungan dengan variabel-variabel linear. Pada pembahasan sebelumnya, kita telah membahas gerak melingkar di mana objek bergerak pada laju linear konstan sepanjang lingkaran dan mengelilingi sumbu rotasi yang tetap. Ketika sebuah benda tegar berotasi pada sumbunya. Keseluruhan benda tersebut bergerak dalam lingkarannya mengelilingi sumbu tersebut dan mempunyai kecepatan sudut ω yang sama. Walaupun demikian, jika semakin jauh suatu titik benda dari sumbunya maka semakin besar pula keliling lingkarannya, sehingga kecepatan linearnya pun juga semakin besar.

Pada banyak kasus, kita harus mengkorelasikan antara variabel gerak linear s , v , dan a untuk suatu titik tertentu pada gerak rotasi benda yang berorientasi ke variabel gerak rotasi θ , ω , α . Dan kumpulan variabel tersebut dihubungkan oleh jari-jari r .



Berikut ini penjelasan lebih lanjut terkait hubungan antar kumpulan variabel linear dan rotasi.

Posisi

Jika garis acuan pada benda tegar yang berotasi melalui sudut θ sebuah titik benda pada posisi r dari sumbu rotasi, maka ia telah bergerak linear sepanjang busur melingkar yang ditempuh S . S dapat didefinisikan sebagai $S = \theta r$.

Kelajuan

Persamaan posisi di atas kita turunkan terhadap waktu dengan nilai r konstan, maka didapatkanlah

$$\frac{ds}{dt} = \frac{d\theta}{dt} r \quad 7-4$$

Di mana ds/dt adalah kelajuan linear dari titik benda, dan $d\theta/dt$ adalah kelajuan sudut ω pada benda yang berotasi, maka

$$v = \omega r \quad 7-5$$

yang mana laju sudut ω harus dinyatakan dalam ukuran radian. Jika kelajuan sudut ω dari benda tegar adalah konstan. Maka, rumus di atas menunjukkan bahwa kelajuan linear v juga konstan. Maka masing-masing titik pada benda sama-sama melakukan gerak melingkar beraturan dengan periode

$$T = \frac{2\pi r}{v} = \frac{2\pi}{\omega} \quad 7-6$$



Persamaan tersebut menunjukkan bahwa waktu untuk satu revolusi adalah jarak sudut 2π rad yang dilalui dalam suatu revolusi dibagi kelajuan sudut yang dilalui sudut tersebut.

Percepatan

Dalam rumusan di bawah ini, dv/dt hanya menyatakan percepatan linear yang mempengaruhi perubahan nilai kecepatan linear v . Di mana percepatan sudut α dalam rumus di atas harus dinyatakan dalam radian. Percepatan dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r$$
$$a = \alpha r \qquad 7-7$$

Persamaan Kinematika

Pada percepatan sudut konstan, ada pendekatan persamaan kinematika untuk gerak rotasi. Analog dengan kinematika untuk gerak lurus, dalam hal ini pada gerak rotasi, kita cukup sesuaikan variabel-variabel rumusnya menjadi variabel-variabel rotasi seperti S menjadi θ , v menjadi ω , dan a menjadi α . Sehingga didapatkanlah persamaan kinematika untuk rotasi sebagai berikut

$$\omega = \omega_0 + \alpha t \qquad 7-8$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2 \qquad 7-9$$

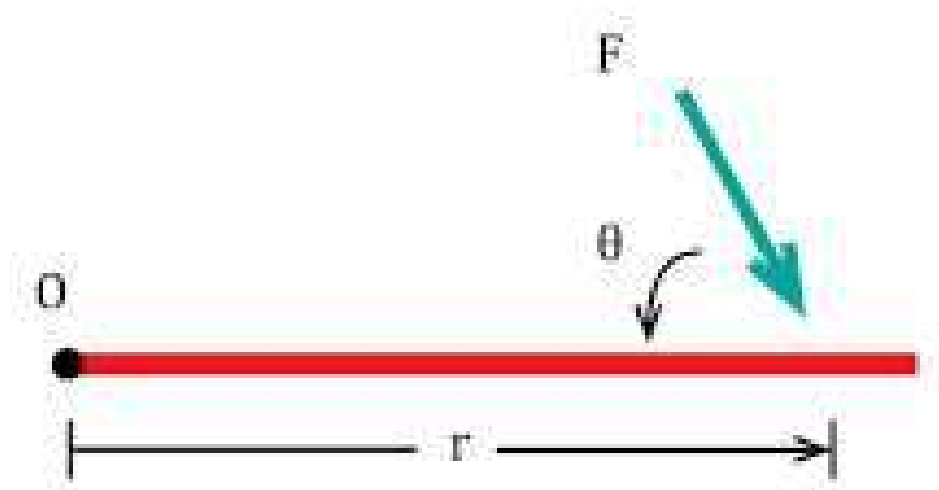
$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha (\theta - \theta_0) \qquad 7-10$$

Torsi dan Hukum Kedua Newton

Dalam gerak rotasi, hal yang menyebabkan suatu benda berotasi disebut momen gaya atau torsi. Torsi adalah gaya putar atau gaya pelintir pada benda terhadap sumbu karna diberikan



gaya F . Penampang benda yang bebas berotasi dalam sumbu yang melalui O dan tegak lurus terhadap penampang gaya F diberikan kepada titik P , yang posisinya relatifnya terhadap O didefinisikan oleh vektor posisi r . Jika F diberikan pada titik melalui vektor posisi r relatif terhadap sumbu serta arah vektor F dan r membuat sudut θ satu sama lain seperti gambar 7.4, maka nilai torsi didefinisikan sebagai persamaan 7-11.



Gambar 7.4. Diagram Torsi

$$\vec{\tau} = \vec{r} \times \vec{F} = r F \sin \theta \quad 7-11$$

Torsi juga dapat kita analogikan dengan hukum kedua Newton $F = m a$, menjadi

$$\tau = I \alpha \quad 7-12$$

Di mana I adalah momen inersia rotasi benda terhadap sumbu rotasi dan α adalah percepatan sudut benda terhadap sumbunya.



Usaha dan Energi Kinetik Rotasi

Ketika sebuah gaya F menyebabkan benda tegar bermassa m bergerak di sepanjang sumbu koordinat, itu artinya gaya melakukan usaha pada benda. Kita dapat menghubungkan persamaan usaha dengan energi kinetik dalam gerak rotasi. Persamaan yang digunakan untuk menghitung usaha (W) dan daya (P) dinyatakan sebagai

$$W = \int \tau \, d\theta$$
$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \omega \quad 7-13$$

Untuk usaha jika τ konstan, maka menjadi

$$W = \tau (\theta_f - \theta_i) \quad 7-14$$

Adapun bentuk hubungan persamaan usaha dengan energi kinetik, dapat kita bangun berdasarkan teorema usaha-energi kinetik yang digunakan untuk benda berotasi, yaitu

$$\Delta EK = EK_f - EK_i = \frac{1}{2} I \omega_f^2 - \frac{1}{2} I \omega_i^2 = W \quad 7-15$$

Rangkuman

- Posisi Sudut $\theta = \frac{s}{r}$ (sudut radian). Di mana s merupakan panjang busur garis lengkung berjari – jari r dan sudut θ .
- Perpindahan sudut $\Delta\theta = \theta_2 - \theta_1$. Dengan $\Delta\theta$ positif untuk rotasi berlawanan searah jarum jam dan negatif untuk rotasi searah jarum jam.



- Kecepatan sudut $\omega = \frac{d\theta}{dt}$. Baik ω_{avg} maupun ω adalah vektor. Nilai kecepatan sudut benda adalah kelajuan sudut.
- Percepatan Sudut $a_{avg} = \frac{\omega_2 - \omega_1}{t_2 - t_1} = \frac{\Delta\omega}{\Delta t}$. Di mana $\Delta\omega$ merupakan perubahan kecepatan sudut yang terjadi selama interval waktu Δt .
- Pada banyak kasus, kita harus mengkorelasikan antara variabel gerak linear s , v , dan a untuk suatu titik tertentu pada gerak rotasi benda yang berorientasi ke variabel gerak rotasi θ , ω , α . Dan kumpulan variabel tersebut dihubungkan oleh jari-jari r .
- Posisi dapat didefinisikan sebagai $s = r\theta$
- ds/dt adalah kelajuan linear dari titik benda, dan $d\theta/dt$ adalah kelajuan sudut ω pada benda yang berotasi, maka $v = \omega r$.
- Percepatan dapat dinyatakan sebagai

$$\frac{dv}{dt} = \frac{d\omega}{dt} r$$

$$a = \alpha r$$

- Persamaan Kinematika untuk Percepatan Sudut Konstan

$$\omega = \omega_0 + \alpha t$$

$$\theta - \theta_0 = \omega_0 t + \frac{1}{2} \alpha t^2$$

$$\omega^2 = \omega_0^2 + 2\alpha (\theta - \theta_0)$$



- Torsi adalah gaya putar atau gaya pelintir pada benda terhadap sumbu karna diberikan gaya

$$\tau = r F_t = r \times F \sin \theta$$

- Torsi juga dapat kita analogikan dengan hukum kedua Newton $F = m a$, menjadi

$$\tau = I \alpha$$

- Kita dapat menghubungkan persamaan usaha dengan energi kinetik dalam gerak rotasi. Persamaan yang digunakan untuk menghitung usaha (W) dan daya (P) dinyatakan sebagai

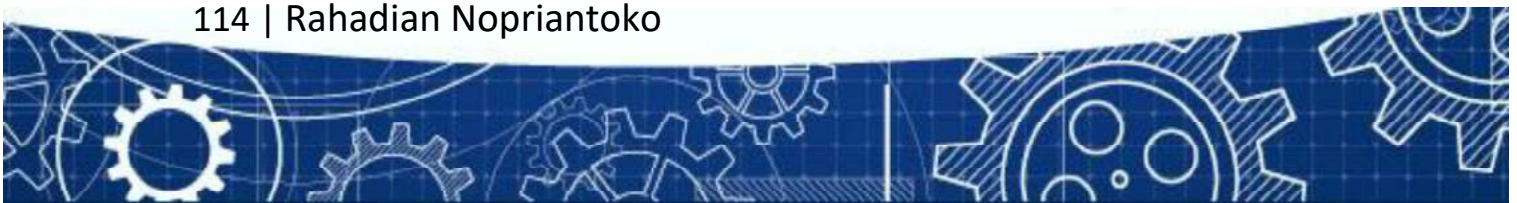
$$W = \int \tau \theta \, d\theta$$

$$P = \frac{dW}{dt} = \tau \omega$$



Banyak orang yang telah meninggal, tapi nama baik mereka tetap kekal. Dan banyak orang yang masih hidup, tapi seakan mereka orang mati yang tak berguna.

Asy-Syafi'i



BAB 8

ENERGI MEKANIK DAN USAHA

Energi adalah kemampuan untuk melakukan usaha dan atau daya untuk proses aktivitas dalam berbagai sektor kehidupan. Salah satu jenis energi yang sering kita jumpai ialah energi mekanik. Energi mekanik terdiri dari penggabungan energi kinetik dan energi potensial, karena ia diasosiasikan dengan gerak dan posisi dari sebuah objek. Energi mekanik merupakan energi yang berkaitan dengan proses dinamika suatu objek dan pastinya baik kita sadari atau tidak, energi ini menjadi energi yang bisa dibbilang selalu ada di sekitar kita. Sebut saja proses mengangkat, mendorong, mengayun, menarik, melempar, dll itu semua kegiatan yang mengandung unsur energi mekanik.



Gambar 8.1. Ilustrasi Bab Energi Mekanik dan Usaha
([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))



8.1. Energi Kinetik

Energi kinetik adalah energi mekanik yang diasosiasikan dengan pergerakan suatu objek. Semakin cepat objek itu bergerak, maka semakin besar pula energi kinetik yang dihasilkannya. Sehingga dapat kita katakan bahwa ketika objek tersebut dalam keadaan diam, maka energi kinetiknya sama dengan nol. Energi kinetik dapat kita definisikan sebagai

$$EK = \frac{1}{2}mv^2 \quad 8-1$$

Persamaan tersebut tentunya untuk objek yang memiliki massa m dan kecepatannya jauh di bawah kecepatan cahaya, $v \ll c$, $c = 3 \times 10^8$ m/s.

8.2. Usaha

Usaha dapat kita katakan telah diterapkan pada objek melalui gaya apabila dalam proses perubahan atau pemindahan energinya melalui gaya yang bekerja pada objek. Dari situ usaha kita definisikan sebagai energi yang dipindahkan dari sebuah objek karena adanya gaya yang bekerja pada objek tersebut. Energi yang diberikan ke objek adalah usaha positif dan energi yang diberikan dari objek adalah usaha negatif. Jadi dengan demikian usaha adalah energi yang dipindahkan, dan melakukan usaha merupakan aktivitas pemindahan energi. Usaha mempunyai satuan yang sama dengan energi dan ia adalah besaran skalar. Adapun satuan SI untuk mengukur usaha dan energi adalah Joule yang disimbolkan dengan huruf J.

8.3. Usaha dan Energi Kinetik

Kita bisa menurunkan rumus usaha melalui gambar 7.2 yang menggambarkan sebuah benda yang meluncur sepanjang bidang



permukaan yang terbentang sepanjang sumbu horizontal. Awalnya gaya konstan F diberikan pada benda dengan arah sebesar, lalu benda bergerak mengalami percepatan. Kita dapat menghubungkan gaya dan percepatan dengan hukum kedua Newton, yang ditulis dalam komponen sepanjang sumbu x

$$f_x = ma_x \quad 8-2$$

di mana m adalah massa benda. Ketika benda bergerak berpindah posisi dengan perpindahan d , gaya mengubah kecepatan benda dari kecepatan awal v_0 menjadi v . Karena kita tahu bahwa gaya dan percepatannya konstan, maka kita dapat gunakan Persamaan 3-12 untuk menuliskan komponen sepanjang sumbu x

$$v^2 = v_0^2 + 2a(x - x_0) \quad 8-3$$

dengan mensubstitusikan ke dalam Persamaan 7-3. Kita dapatkan

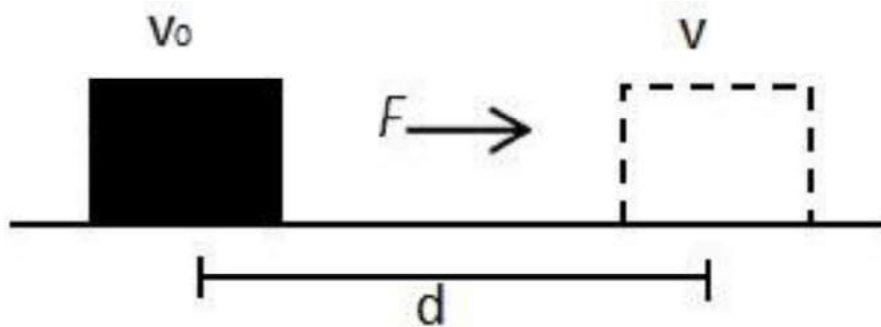
$$\frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = f_x d \quad 8-4$$

Suku pertama ruas kiri pada persamaan 8-4 adalah energi kinetik K pada benda di akhir perpindahan d , dan suku kedua adalah energi kinetik manik K pada awal perpindahan benda. Oleh karena itu persamaan 8-4 memberitahu kita bahwa energi kinetik telah dikonversi melalui suatu gaya. Dan di sisi kanan memberitahu kita bahwa perubahan energi kinetik tersebut sama dengan $F_x d$. Usaha W yang bekerja pada benda yang melalui gaya (perpindahan energi yang disebabkan gaya) adalah

$$W = f_x d \quad 8-5$$



Jika kita mengetahui nilai f_x dan d , kita dapat menggunakan persamaan ini untuk menghitung usaha W yang bekerja pada objek melalui gaya F



Gambar 8.2 Gaya konstan F terhadap perpindahan objek, mempercepat pergerakan objek di sepanjang bidang permukaan, mengubah kecepatan objek dari v_0 ke v . Energi kinetik menandakan hasil perubahan energi kinetik pada objek.

Gaya menghasilkan usaha positif jika gaya mempunyai komponen vektor dalam arah yang sama dengan perpindahannya, dan menghasilkan usaha negatif jika gaya mempunyai komponen vektor dalam arah yang berlawanan dengan perpindahannya.

Teorema Usaha - Energi Kinetik

Pada persamaan 8-4 menyatakan hubungan antara perubahan energi kinetik objek dari awal $EK_0 = \frac{1}{2}mv_0^2$ hingga akhir $EK_f = \frac{1}{2}mv^2$, dengan usaha $w = f_x d$ yang bekerja pada objek. Kita definisikan ΔEK sebagai perubahan energi kinetik objek dan W sebagai usaha yang bekerja pada objek, maka dapat kita tulis persamaan yang menyatakan bahwa perubahan energi kinetik suatu objek sama dengan usaha yang bekerja pada objek tersebut.

$$\Delta EK = EK - EK_0 = W$$

8-6



Studi Kasus

- Sebuah benda meluncur di jalan licin dengan perpindahan d sepanjang sumbu horizontal ke arah x negatif. Sementara angin mendorong peti dengan vektor gaya $F = (4 \text{ N}) i + (9 \text{ N}) j$ dan gaya konstan F memperlambat peti selama perpindahan d . Berapakah usaha yang dihasilkan oleh gaya pada peti selama perpindahan tersebut?

Solusi: kita dapat menggunakan persamaan 7-8 dan kita tulis

$$W = F \cdot d = [(4 \text{ N}) (-3,0 \text{ m}) i \cdot i + (9 \text{ N}) (-3,0 \text{ m}) i \cdot i] = - 12 \text{ J}$$

- Seseorang memarkir truk pada akhir lintasan jalan sepanjang 2 km dengan arah berlawanan. Asumsikan berat truk adalah $4,9 \times 10^3 \text{ N}$ dan percepatanya konstan $0,1 \text{ m/s}^2$, berapakah energi kinetik total truk sesaat sebelum menabrak batas tembok dari akhir lintasan?

Solusi: untuk mendapatkan laju v sesaat sebelum tumbukan. Kita pilih persamaan 8-3

$$v^2 = v_0^2 + 2a (X - X_0) = 0 + 2 (0,1 \text{ m/s}^2) (2 \times 10^3 \text{ m})$$

$$v = 20 \text{ m/s}$$

kemudian untuk massa truk kita bisa dapatkan dari

$$m = 4,9 \times 10^6 \text{ N} / 9,8 \text{ m/s}^2 = 500 \text{ kg}$$

kita gunakan persamaan 8-1 untuk menentukan energi kinetik truk

$$k = \frac{1}{2} m v^2 = (500 \text{ kg}) (20 \text{ m/s})^2 = 1 \times 10^4 \text{ J}$$



8.4. Energi Potensial

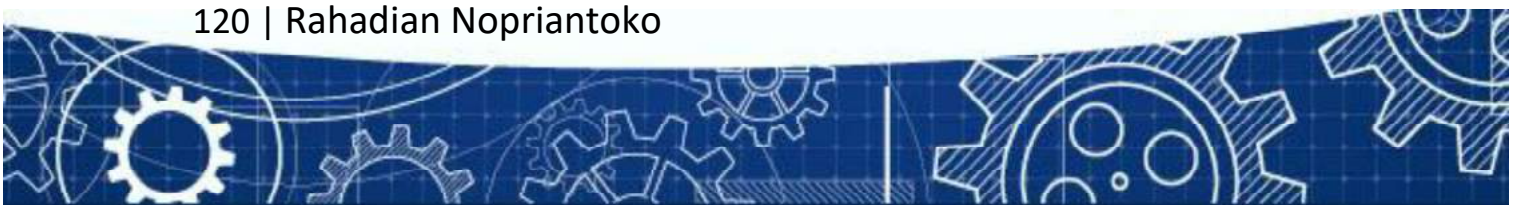
Energi potensial adalah energi mekanik yang diasosiasikan dengan posisi atau kedudukan suatu objek. Untuk kasus energi potensial gravitasi misalnya, semakin tinggi posisi objek maka semakin besar pula energi potensial yang dihasilkannya. Sehingga dapat kita katakan bahwa ketika objek tersebut dalam keadaan diam, maka tetap memiliki energi potensial. Dalam konteks mekanika ada dua jenis energi potensial yaitu energi potensial gravitasi dan energi potensial elastis. Oleh karena itu dalam hal energi potensial elastis, maka energi potensial juga bisa terdapat pada benda yang dalam keadaan tertekan seperti misalnya kasus pegas yang ditekan.

Energi Potensial Gravitasi

Dalam mekanika, energi potensial gravitasi di suatu lokasi sama dengan transfer energi per satuan massa yang diperlukan untuk memindahkan objek ke suatu lokasi dari lokasi acuan yang tetap. Energi potensial gravitasi akan berubah seiring dengan perubahan posisinya terhadap gravitasi. Secara matematis, energi potensial gravitasi dapat didefinisikan sebagai hasil kali massa dan tetapan gravitasi dibagi dengan jarak benda. Oleh karena itu, besar energi gravitasi berbanding lurus dengan massa dan berbanding terbalik dengan jarak. Jadi besar energi potensial gravitasi dapat dihitung dengan rumus berikut

$$EP = W = -G \frac{Mm}{r} \quad 8-7$$

Rumus di atas secara umum digunakan untuk menentukan energi potensial dua benda bermassa M dan m yang berjarak r satu sama lain. Tanda negatif pada rumus tersebut menunjukkan bahwa gaya gravitasi yang bekerja pada benda adalah gaya tarik. Tanda negatif juga menandakan bahwa untuk memindahkan benda bermassa m ke titik yang jauh tak terhingga dibutuhkan usaha atau



energi sebesar itu. Ketika sebuah benda dipindahkan pada ketinggian h di dekat permukaan bumi ($R \gg h$), maka energi potensial gravitasinya dapat dihitung dengan rumus berikut

$$EP = m g h \quad 8-8$$

Dalam beberapa situasi, persamaan dapat disederhanakan dengan mengasumsikan bidang yang hampir tidak tergantung pada posisi. Misalnya, di daerah yang dekat dengan permukaan bumi, percepatan gravitasi g dapat dianggap konstan. Dalam hal ini, perbedaan energi potensial dari satu ketinggian ke ketinggian lainnya, adalah linier dengan perbedaan ketinggian.

Energi Potensial Elastis

Energi potensial elastis adalah energi potensial dari sebuah objek elastis yang mengalami perubahan bentuk karena adanya tekanan atau regangan. Sehingga dampaknya adalah akan ditimbulkannya gaya untuk memulihkan atau mengembalikan benda tersebut ke bentuk awalnya. Jika tekanan/regangan ini dilepas, maka energi ini akan berubah menjadi energi kinetik. Banyak hal di sekitar kita yang terkait dengan energi potensial pegas, salah satunya adalah pegas yang sering kita jumpai pada kendaraan kita.

Dalam kasus pegas, energi potensial elastis tersimpan di dalam pegas yang ditekan ataupun diregangkan dapat dihitung dengan menemukan usaha yang diperlukan untuk melakukannya pada pegas tersebut sepanjang x dari bentuk panjang asli pegas sebelum ditekan atau diregangkan

$$EP_{\text{elastis}} = - \int F \cdot dx$$

kita tahu bahwa sebuah pegas ideal akan mengikuti aturan Hukum Hooke



$$F = - kx$$

selanjutnya usaha yang dilakukan dan energi potensial yang tersimpan dapat dinyatakan dalam

$$EP_{\text{elastis}} = - \int F \cdot dx = - \int kx \cdot dx = \frac{1}{2} kx^2 \quad 8-9$$

persamaan tersebut sering digunakan dalam perhitungan posisi kesetimbangan mekanis.

8.5. Usaha dan Energi Potensial

Gaya yang bekerja pada suatu objek dan menyebabkannya berpindah dari posisi kedudukan semula, dapat dikatakan objek tersebut telah melakukan usaha. Sebuah objek dapat melakukan usaha pada objek lain jika memiliki energi. Semakin banyak energi yang dimiliki sebuah objek, maka semakin besar juga usaha yang dapat dilakukannya. Usaha dan energi memiliki hubungan yang sangat erat. Jika pada suatu objek terjadi perubahan energi maka benda itu mendapatkan usaha dari gaya yang bekerja padanya.

Kaitannya dengan energi potensial, sebuah usaha yang dilakukan terhadap suatu objek hingga objek tersebut berpindah kedudukan posisinya dari tempat yang rendah ke tempat yang lebih tinggi, maka itu berarti energi potensial objek tersebut kini berada di posisi setelah dipindahkan. Itu artinya objek mengalami perubahan energi potensial karena ketinggian awal dan akhir (yang terkini) berbeda. Jadi besar usaha yang dilakukan pada objek didefinisikan sebagai

$$W = EP - EP_0 \quad 8-10$$



Usaha Gaya Gravitasi

Usaha gaya gravitasi W_g merupakan usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi F_g^{\rightarrow} terhadap objek dengan massa m bergerak sepanjang perpindahan d , usaha tersebut didefinisikan sebagai

$$W_g = mgd \cos \theta \quad 8-11$$

di mana θ adalah sudut antara F_g dan d .

Studi Kasus

Hulk mengangkat beban dengan total berat 25000 N setinggi 10 dm. Berapakah usaha yang telah dilakukan padanya oleh gaya gravitasi dan berapakah usaha yang dilakukan oleh gaya yang dipakai Hulk untuk mengangkat ?

Solusi: Kita dapat menggunakan persamaan $W = mgd \cos \theta$ untuk mendapatkan usaha W yang diberikan pada beban oleh gaya gravitasi. Sudut θ antara arah gaya gravitasi ke bawah dan perpindahan ke atas yang besarnya 180° .

$$W = mgd \cos \theta = -25000 \text{ J} = -25 \text{ kJ}$$

Sebagai solusi untuk pertanyaan yang kedua, kita tahu bahwa usaha Hulk yang dihasilkan oleh gaya yang dilakukan Hulk adalah nilai negatif dari usaha W_g yang dilakukan gaya gravitasi F_g adalah

$$W_A = -W_g = +280 \text{ J}$$



8.6. Usaha yang Dilakukan oleh Gaya Luar

Gaya luar F diberikan kepada sebuah benda yang dihubungkan dengan sebuah pegas, sehingga benda tersebut mengalami perubahan posisi (perpindahan). Selama perpindahannya, gaya luar melakukan usaha W_a pada benda, sementara gaya pegas melakukan usaha W_s . Perubahan ΔEK energi kinetik benda yang terjadi karena kedua hal itu adalah

$$\Delta EK = EK - EK_0 = W_a + W_s \quad 8-12$$

di mana EK adalah energi kinetik pada posisi akhir (setelah) dan EK_0 (sebelum) adalah energi kinetik pada posisi awal. Jika EK dan EK_0 keduanya nol, persamaan di atas menjadi

$$W_a = -W_s \quad 8-13$$

jika benda yang diikatkan pada pegas baik ketika sebelum dan setelahnya itu diam, maka usaha yang dilakukan pada balok oleh gaya luar adalah negatif dari usaha yang dilakukan pada balok oleh gaya pegas.

Studi Kasus

Sebuah benda di atas bidang licin tanpa gesekan terikat bebas pada ujung sebuah pegas yang memiliki nilai konstanta sebesar 400 N/m. Gaya luar dari arah kanan sebesar diperlukan untuk menahan benda pada $x_1 = 15$ mm, kemudian benda berpindah ke arah kiri pada $x_2 = -10$ mm. Berapa usaha yang dilakukan oleh gaya pegas pada benda selama perpindahan ini ?

Solusi:

$$W_s = \frac{1}{2} kx_1^2 - \frac{1}{2} kx_2^2 = \frac{1}{2} k(x_1^2 - x_2^2)$$



$$= \frac{1}{2} (400 \text{ N/m}) [(15 \times 10^{-3} \text{ m})^2 - (-10 \times 10^{-3} \text{ m})^2] = 0,025 \text{ J}$$

Usaha yang dilakukan pada benda oleh gaya pegas adalah positif karena gaya pegas melakukan usaha yang lebih positif selama balok berpindah dari $x_i = +15 \text{ mm}$ ke posisi relaks pegas dibanding usaha negatif yang dilakukan gaya pegas selama benda berpindah dari posisi relaks pegas ke posisi $x_f = -10 \text{ mm}$.

8.7. Hubungan Usaha, Gaya dan Perpindahan

Energi berubah dari satu bentuk ke bentuk lainnya melalui tiga cara yaitu usaha, perpindahan kalor, dan proses radiasi. Dalam hal perubahan energi yang terdapat penerapan gaya di dalamnya itulah yang disebut usaha. Usaha didefinisikan sebagai hasil kali resultan gaya dan perpindahan

$$W = \sum F \cdot s \quad 8-14$$

Dalam hal ini usaha yang dihasilkan adalah usaha yang ditimbulkan oleh resultan gaya tetap, sehingga dapat kita simpulkan bahwa $W = 0$, apabila resultan gaya serta perpindahan bernilai nol, dan apabila benda bergerak lurus beraturan sehingga $\sum F = 0$.

Usaha yang ditimbulkan oleh gaya yang berubah-ubah dengan arah yang tetap dapat ditemukan pada kasus benda yang diikat pada pegas kemudian ditarik lalu dan dilepaskan. Besar gaya pada pegas dapat dihitung dengan hukum Hooke yaitu $F = k \cdot y$. Usaha pada posisi balok tertentu dapat ditentukan dengan persamaan sebagai berikut

$$W = \frac{1}{2} k y^2 \quad 8-15$$



Di mana k adalah konstanta pegas dan y adalah pertambahan panjang pegas terhadap posisi keseimbangannya (saat $y = 0$).

8.8. Daya

Daya merupakan perpindahan laju energi selama gaya melakukan usaha pada objek dalam interval waktu tertentu. Daya adalah Besaran Skalar, karena Daya hanya mempunyai nilai, tidak memiliki arah. Satuan SI untuk Daya yaitu Joule / Sekon (J/s) atau Watt (W). Adapaun satuan daya lainnya yang juga biasa dipakai adalah yaitu Horse Power (hp), yang nilainya 1 hp sama dengan 746 Watt. Daya dapat didefinisikan dengan persamaan berikut

$$P = \frac{W}{\Delta t} \quad 8-16$$

daya sesaat adalah laju sesaat dari usaha yang dilakukan diberikan oleh

$$P = \frac{dW}{\Delta t} \quad 8-17$$

Atau oleh karena $W = F \cdot S$ dan $v = S/t$ maka kita bisa mengubah persamaan tersebut menjadi

$$P = \frac{F \cdot s}{\Delta t} = F \cdot v \quad 8-18$$

jika arah gaya F adalah pada sudut θ terhadap pergerakan objek, maka daya adalah

$$P = F v \cos \theta \quad 8-19$$



di mana $P = \text{Daya (J/s atau Watt)}$, $W = \text{Usaha (J)}$, $t = \text{Waktu (s)}$, $F = \text{Gaya (N)}$, $s = \text{Jarak (m)}$, $v = \text{kecepatan (m/s)}$. Dengan berdasarkan persamaan di atas, maka bisa kita simpulkan bahwa semakin besar usahanya, maka semakin besar juga dayanya (sebanding lurus). Sedangkan jika nilai waktunya semakin besar maka daya akan semakin kecil (berbanding terbalik).

Studi Kasus

Seorang insinyur melakukan usaha sebesar 1500 J untuk memindahkan balok selama 2,5 menit. Berapakah daya insinyur tersebut?

Solusi: $P = W/t$. Jadi, daya yang dimiliki oleh insinyur tersebut sebesar 10 Watt

Rangkuman

- Energi kinetik adalah energi mekanik yang diasosiasikan dengan pergerakan suatu objek

$$EK = \frac{1}{2}mv^2$$

- Usaha kita definisikan sebagai energi yang dipindahkan dari sebuah objek karena adanya gaya yang bekerja pada objek tersebut. Energi yang diberikan ke objek adalah usaha positif dan energi yang diberikan dari objek adalah usaha negatif.
- Usaha yang dilakukan oleh Gaya Konstan oleh gaya konstan F selama perpindahan d adalah

$$W = Fd \cos \theta = F \cdot d$$



- ΔEK sebagai perubahan energi kinetik objek dan W sebagai usaha yang bekerja pada objek, maka dapat kita tulis persamaan yang menyatakan bahwa perubahan energi kinetik suatu objek sama dengan usaha yang bekerja pada objek tersebut

$$\Delta EK = EK - EK_0 = W$$

- Usaha yang dilakukan oleh Gaya Gravitasi W_g merupakan usaha yang dilakukan oleh gaya gravitasi F_g^{\rightarrow} terhadap objek dengan massa m bergerak sepanjang perpindahan d diberikan oleh

$$W_g = mgd \cos \Theta$$

di mana Θ adalah sudut antara F_g dan d .

- Usaha W_a yang dilakukan oleh gaya luar sehingga objek terhubung dengan usaha W_g yang dilakukan oleh gaya gravitasi dan perubahan ΔK dalam energi kinetik objek oleh

$$\Delta K = K_f - K_i = W_a + W_g$$

Gaya pegas, $F = -kd$ (*hukum hooke*)

- Usaha yang dilakukan oleh Gaya Pegas jika sebuah objek diikatkan pada ujung bebas pegas. usaha W_s yang dilakukan pada objek oleh gaya pegas ketika objek benda dipindahkan dari posisi awal x_0 ke posisi akhir x adalah



$$W_s = -\frac{1}{2}kx^2$$

- Daya merupakan perpindahan laju energi selama gaya melakukan usaha pada objek dalam interval waktu tertentu

$$P = \frac{W}{\Delta t} = \frac{F \cdot s}{\Delta t}$$

daya sesaat adalah laju sesaat dari usaha yang dilakukan diberikan oleh

$$P = \frac{dW}{\Delta t}$$

jika arah gaya F adalah pada sudut θ terhadap pergerakan objek, maka daya adalah

$$P = F v \cos\theta = F \cdot v$$



Menuntut ilmu adalah takwa. Menyampaikan ilmu adalah ibadah.
Mengulang-ulang ilmu adalah zikir. Mencari ilmu adalah jihad.

Al-Ghazali



BAB 9

KONSERVASI ENERGI

A sas energi mekanik menyatakan bahwa dalam sebuah sistem terisolasi yang hanya ada gaya konservatif maka besarnya energi mekanik adalah konstan. Jika suatu objek bergerak dengan arah yang berlawanan dari gaya konservatif, maka energi potensial pun akan naik. Jika kecepatan suatu objek berubah, maka energi kinetiknya juga berubah. Dalam suatu sistem, sebenarnya gaya non konservatif akan muncul, namun sering nilainya dapat diabaikan. Sehingga hal ini membuat nilai energi mekanik sering kali dianggap konstan. Dalam tumbukan elastis, energi mekanik akan disimpan namun dalam tumbukan nonelastis, beberapa energi mekanik berubah menjadi energi panas. Hubungan antara disipasi energi dengan kenaikan suhu ditemukan oleh James Prescott Joule. Terdapat dua jenis sumber energi di antaranya adalah sumber daya energi (alam) dan sumber energi baru.

Terdapat dua jenis sumber energi di antaranya adalah sumber daya energi alam dan sumber energi baru. Sumber daya energi adalah sumber daya alam yang dapat dimanfaatkan, baik sebagai sumber energi maupun sebagai energi. Sumber energi baru adalah sumber energi yang dapat dihasilkan oleh teknologi baru baik yang berasal dari sumber energi terbarukan maupun sumber energi tak terbarukan, antara lain nuklir, hidrogen, gas metana, dan batu bara.



Gambar 9.1. Ilustrasi Bab Konversi dan Konservasi Energi
([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))

9.1. Gaya Konservatif

Salah satu peran ilmu sains dan teknologi adalah untuk mengidentifikasi berbagai energi yang ada di dunia, terutama yang sering kita jumpai atau gunakan setiap hari. Salah satu jenis energi tersebut adalah energi mekanik. Pertama-tama mari kita hubungkan antara gaya konservatif dengan energi mekanik. Gaya Konservatif sendiri adalah gaya yang usaha dalam melakukannya tidak bergantung pada keadaan lintasan.

Adapun yang termasuk gaya konservatif adalah gaya elastis pegas, gaya gravitasi, gaya newton, dan gaya elektromagnetik. Sifat-sifat gaya konservatif di antaranya yaitu tidak bergantung pada lintasan, bergantung pada keadaan awal dan keadaan akhir, memiliki nilai sama dengan nol jika benda kembali ke posisi semula dalam lintasan tertutup, dan selalu dapat dinyatakan sebagai perbedaan antara energi mekanik awal dan energi mekanik akhir.

Salah satu contoh fenomena gaya konservatif misalnya pada saat di taman ada dua peluncur / perosotan yang sama-sama licin



sempurna. Salah satu peluncurnya lintasan berkelok dan yang lain peluncurnya berupa lintasan lurus. Sebuah objek pada masing-masing kedua peluncur tersebut meluncur secara bersamaan dengan ketinggian kedudukan awal yang sama. Lalu objek tersebut sampai ke ujung peluncur secara bersamaan walaupun bentuk lintasan masing-masing berbeda. Hal itu terjadi karena itu dikarenakan pada fenomena tersebut tidak ada gaya gesek (sebab permukaan kontak perosotan dengan objek licin) juga kemungkinan gaya lainnya, sehingga hanya ada gaya gravitasi yang mempengaruhinya.

9.2. Usaha oleh Gaya Konservatif

Berdasarkan usaha yang dihasilkan, gaya dibedakan menjadi gaya konservatif dan gaya non konservatif. Usaha oleh gaya konservatif artinya ia tidak bergantung pada lintasan partikel. Besar usaha oleh gaya konservatif tidak bergantung pada keadaan lintasan di mana gaya tersebut bekerja, usaha oleh gaya konservatif hanya bergantung pada posisi awal dan posisi akhir saja.

Karena usaha oleh gaya konservatif hanya bergantung pada posisi awal dan akhir, maka untuk benda dengan lintasan tertutup usahanya pasti nol. Misalkan jika kita memindahkan sebuah objek dari posisi a ke b membutuhkan usaha sebesar W_{ab} , kemudian saat benda kita pindahkan dari b ke a membutuhkan usaha sebesar W_{ba} , maka berlaku hubungan berikut

$$W_{ba} = - W_{ab}$$

$$W_{ba} + W_{ab} = 0 \quad 9-1$$

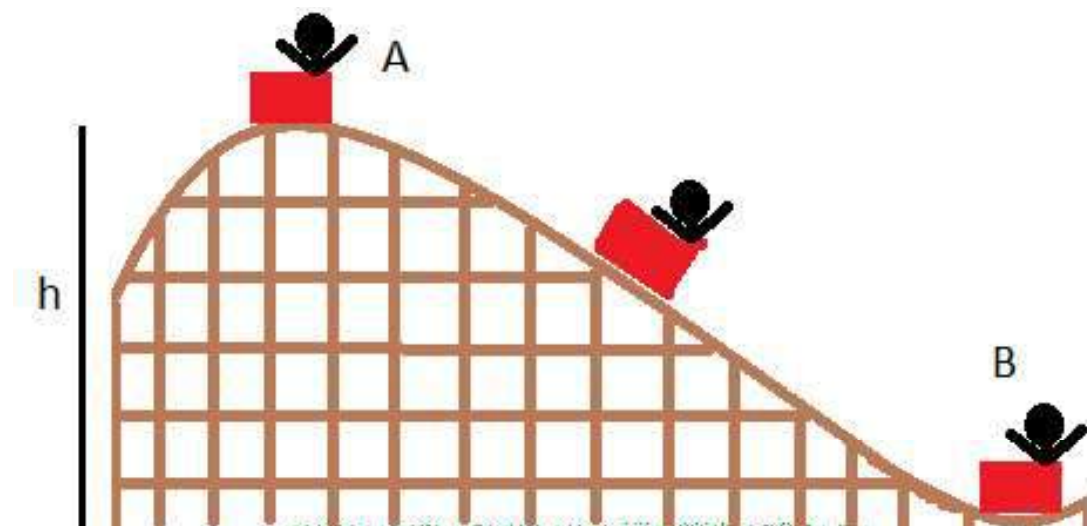
Usaha yang dilakukan dengan melawan gaya konservatif tidak hilang atau berubah menjadi energi kalor saat terdapat adanya gesekan atau gaya gesek, namun usaha tersebut disimpan dalam bentuk energi potensial.



Jika sebuah gaya pada objek bergerak sepanjang lintasan tertutup, dengan dimulai dari posisi awal yang sama dengan posisi akhirnya saat kembali sehingga objek tersebut menempuh perjalanan bolak-balik yang berawal dan berakhir pada posisi yang sama. Maka gaya tersebut dapat kita katakan gaya konservatif hanya jika energi total (usaha) yang dipindahkannya pada sepanjang lintasan tertutup adalah nol. Atau dengan kata lain artinya bahwa usaha total yang dilakukan oleh gaya konservatif pada sebuah objek bergerak di jalur tertutup adalah nol.

Studi Kasus

Perhatikan sketsa kasus di bawah ini. Tunjukkanlah bahwa gaya gravitasi itu adalah gaya konservatif



Solusi: Mari kita tinjau sebuah benda yang berada di titik A lalu dipindahkan ke titik B. Saat benda dipindahkan dari A ke B, maka besar usaha yang dikerjakan oleh gaya gravitasi sebesar

$$W_{AB} = m g h - m g h_0 = - m g h$$



Saat benda dipindahkan dari B ke A, maka besar usaha yang dikerjakan oleh gaya gravitasi sebesar

$$W_{BA} = m g h - m g h_0 = m g h$$

Dari kedua hal itu kita bisa dapatkan

$$W_{AB} + W_{BA} = m g h - m g h_0$$

$$W_{AB} + W_{BA} = 0$$

Karena $W_{AB} + W_{BA} = 0$, maka gaya gravitasi adalah gaya konservatif.

9.3. Gaya Non-Konservatif

Gaya non-konservatif adalah gaya yang usaha dalam melakukannya bergantung pada keadaan lintasan dan tidak memiliki sifat gaya konservatif. Sifat-sifat gaya non konservatif di antaranya adalah bergantung pada lintasan, tidak (selalu) bergantung pada keadaan awal dan keadaan akhir, tidak sama nol jika benda kembali ke posisi awal dalam lintasan tertutup.

Adapun yang termasuk gaya non konservatif adalah gaya gesek, gaya kontak, gaya tegangan, tekanan, gaya hambat, dsb. Salah satu contoh fenomena gaya non-konservatif misalnya pada saat kita berjalan di atas jalanan beraspal. Semakin kasar aspal (tidak licin), semakin besar gesekan dan gaya geseknya. Sehingga saat kita berkendara melintasi di jalan tersebut, akan mengalami gaya gesek yang besar dan kendaraan kita dapat melaju dengan relatif cepat. Namun sebaliknya apabila kita melintasi jalan licin maka gaya geseknya kecil dan membuat kendaraan kita tidak dapat melaju cepat seperti halnya melintas di jalan beraspal (permukaan kasar).



9.4 Usaha oleh Gaya non-Konservatif

Usaha oleh gaya non-konservatif artinya ia bergantung pada lintasan partikel. Besar usaha oleh gaya non-konservatif bergantung pada keadaan lintasan di mana gaya tersebut bekerja. Usaha oleh gaya non-konservatif tidak selalu bergantung pada posisi awal dan posisi akhir saja, namun juga bergantung pada keadaan lintasannya. Artinya, misalkan semakin panjang lintasannya maka semakin besar pula usaha yang dilakukan. Contoh dari gaya non-konservatif antara lain yaitu gaya gesek dan gaya hambat.

Ketika kita memindahkan suatu objek di dalam suatu ruangan, kita pindahkan dari satu pojok ruangan ke pojok ruangan lainnya tentu akan relatif lebih melelahkan jika kita memindahkannya dengan mengelilingi ruangan itu terlebih dahulu, daripada kita langsung memindahkannya dengan lintasan lurus. Pada saat objek kita pindahkan, terjadilah gesekan sehingga membuat gaya gesek mengubah energi kinetik ke bentuk energi panas. Proses transfer energi tersebut tentunya tidak dapat kita lakukan dalam proses yang sebaliknya. Dan oleh karena itulah kenapa gaya gesek termasuk ke dalam gaya non-konservatif.

9.5. Konservasi Energi

Kebutuhan dunia akan energi kian lama semakin meningkat, namun eksploitasi yang berlebihan terhadap energi sebut saja bahan bakar minyak, dapat berpotensi merusak lingkungan dan habis karena tak dapat diperbaharui. Kemajuan teknologi kini telah berhasil mendayagunakan energi-energi alternatif sebagai pengganti atau cadangan sumber energi utama yang mungkin ke depannya lambat laun akan habis. Dengan kemajuan teknologi tersebut dan banyaknya temuan baru terkait energi alternatif, negara-negara didunia telah menggunakan dan terus berupaya mengembangkan energi alternatif tersebut untuk dimanfaatkan sebagai sumber listrik ataupun bahan bakar.

Konservasi energi adalah aktivitas pendayagunaan energi secara efisien dan optimal tanpa mengurangi pemanfaatannya



yang memang benar-benar diperlukan untuk menunjang kehidupan kita sehari-hari. Hal itu merupakan wujud nyata untuk mengurangi volume penggunaan energi demi keberlangsungan kehidupan manusia dan lingkungan. Penghematan energi adalah salah satu hal yang penting dalam konservasi energi. Penghematan energi dapat dicapai dengan penggunaan energi secara efisien ataupun dengan mengurangi konsumsi dalam menggunakan energi. Hal tersebut tentunya dapat mengurangi permintaan akan kebutuhan energi. Berkurangnya permintaan energi dapat memberikan fleksibilitas dalam melakukan proses peningkatan produksi energi. Adapun langkah-langkah sederhana yang dapat kita lakukan sebagai upaya melakukan konservasi energy adalah dengan menonaktifkan peralatan-peralatan elektronik yang sedang tidak digunakan dan bisa juga dengan melakukan gerakan massal seperti Gerakan Earth Hour. Gerakan tersebut merupakan salah satu upaya yang cukup massiv dalam melakukan konservasi energi. Di mana banyak manusia-manusia di dunia ini menonaktifkan kelistrikan di tempatnya masing-masing selama satu jam, kecuali di tempat-tempat darurat dan strategis seperti kantor polisi, rumah sakit, dll.

Teknologi Konservasi Energi

Konservasi energi bertujuan untuk menjaga kesinambungan sumber daya energi, di mana hal itu dapat dilakukan di antaranya dengan melalui penciptaan dan penggunaan teknologi, serta pemanfaatan energi secara efisien, optimal, dan rasional untuk keberlangsungan persediaan energi. Setidaknya ada tiga cara yang bisa kita kerjakan sebagai upaya dalam melakukan konservasi energi, yaitu

- Melakukan penjadwalan ulang sistem atau jam operasi alat-alat elektronik, terutama yang berdaya besar.
- Mengganti alat-alat atau instrumen yang boros menjadi yang lebih hemat energi
- Memasang suatu alat yang bisa berpotensi menghemat biaya dan tenaga dimasa depan seperti solar sel, sistem komputerisasi, timer, dan lain-lain.



Energi Alternatif

Energi alternatif adalah energi yang dapat digunakan untuk menggantikan energi tak terbarukan, dan tentunya dengan tanpa ada akibat yang tak diinginkan dalam penerapannya. Hal tersebut dilakukan selain karena untuk menjaga persediaan sumber daya, tapi juga sebagai upaya untuk mengurangi penggunaan energi konvensional yang dapat merusak lingkungan. Seperti misalnya penggunaan bahan bakar, yang mana hasil pembakaran buangnya tersebut, dapat menghasilkan tingkat emisi karbon dioksida yang cukup tinggi dan berkontribusi besar terhadap pemanasan global yang terjadi saat ini. Contoh bentuk energi alternatif yaitu energi mikrohidro, energi angin, energi surya, energi biodisel, energi panas bumi, dan energi laut. Semua bentuk energi alternatif tersebut tentu saja dikonversi menjadi energi yang dibutuhkan (listrik) dengan menggunakan sentuhan teknologi terkait sehingga dapat dimanfaatkan sebagai sumber listrik untuk masyarakat.

Rangkuman

- Gaya Konservatif adalah gaya di mana usaha tidak bergantung pada keadaan lintasan

$$W = \Delta EM (EP+ EK).$$

- Sifat-sifat gaya konservatif di antaranya yaitu tidak bergantung pada lintasan, bergantung pada keadaan awal dan keadaan akhir, memiliki nilai sama dengan nol jika benda kembali ke posisi semula dalam lintasan tertutup, dan selalu dapat dinyatakan sebagai perbedaan antara energi mekanik awal dan energi mekanik akhir.
- Yang termasuk gaya konservatif adalah gaya elastis pegas, gaya gravitasi, gaya newton, dan gaya elektromagnetik.

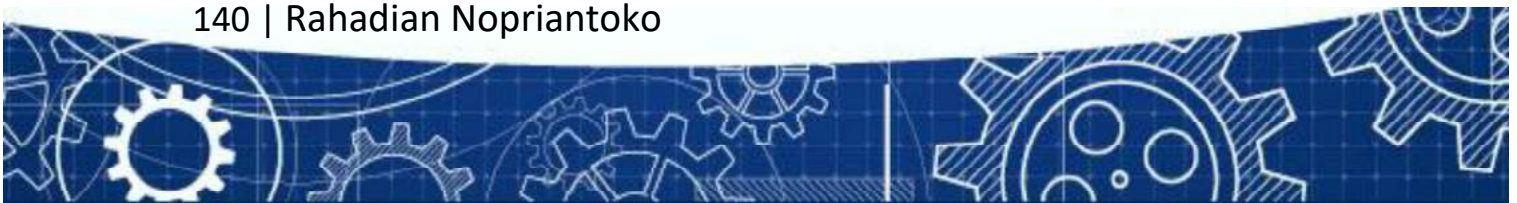


- Usaha oleh gaya konservatif artinya ia tidak bergantung pada lintasan partikel. Besar usaha oleh gaya konservatif tidak bergantung pada keadaan lintasan di mana gaya tersebut bekerja, usaha oleh gaya konservatif hanya bergantung pada posisi awal dan posisi akhir saja.
- Gaya non-konservatif adalah gaya yang usaha dalam melakukannya bergantung pada keadaan lintasan dan tidak memiliki sifat gaya konservatif.
- Sifat-sifat gaya non konservatif di antaranya adalah bergantung pada lintasan, tidak (selalu) bergantung pada keadaan awal dan keadaan akhir, tidak sama nol jika benda kembali ke posisi awal dalam lintasan tertutup.
- Yang termasuk gaya non konservatif adalah gaya gesek, gaya kontak, gaya tegangan, tekanan, gaya hambat, dsb.
- Usaha oleh gaya non-konservatif artinya ia bergantung pada lintasan partikel. Besar usaha oleh gaya non-konservatif bergantung pada keadaan lintasan di mana gaya tersebut bekerja.
- Konservasi energi adalah aktivitas pendayagunaan energi secara efisien dan optimal tanpa mengurangi pemanfaatannya yang memang benar-benar diperlukan untuk menunjang kehidupan kita sehari-hari.
- Energi alternatif adalah energi yang dapat digunakan untuk menggantikan energi tak terbarukan, dan tentunya dengan tanpa ada akibat yang tak diinginkan dalam penerapannya.



Kehidupan yang tenang dan sederhana membawa lebih banyak kebahagiaan daripada mengejar kesuksesan yang dikombinasikan dengan kegelisahan yang konstan.

Albert Einstein



BAB 10

KONVERSI ENERGI

Energi merupakan kemampuan untuk melakukan usaha yang sumbernya dapat berupa panas, cahaya, mekanika, kimia, dan elektromagnetika, dll. Sumber energi adalah sesuatu yang dapat menghasilkan energi, baik secara langsung maupun melalui proses konversi. Banyak metode dan instrumen yang digunakan untuk mengubah dari energi mekanik ke bentuk energi lain ataupun sebaliknya. Seperti misalnya motor listrik yang mengubah energi listrik menjadi energi mekanik, atau pembangkit listrik mengubah energi mekanik menjadi energi listrik, serta mesin uap yang mengubah energi panas menjadi energi mekanik.



Gambar 10.1. Ilustrasi Bab Konversi Energi ([google.com/imghp](https://www.google.com/imghp))



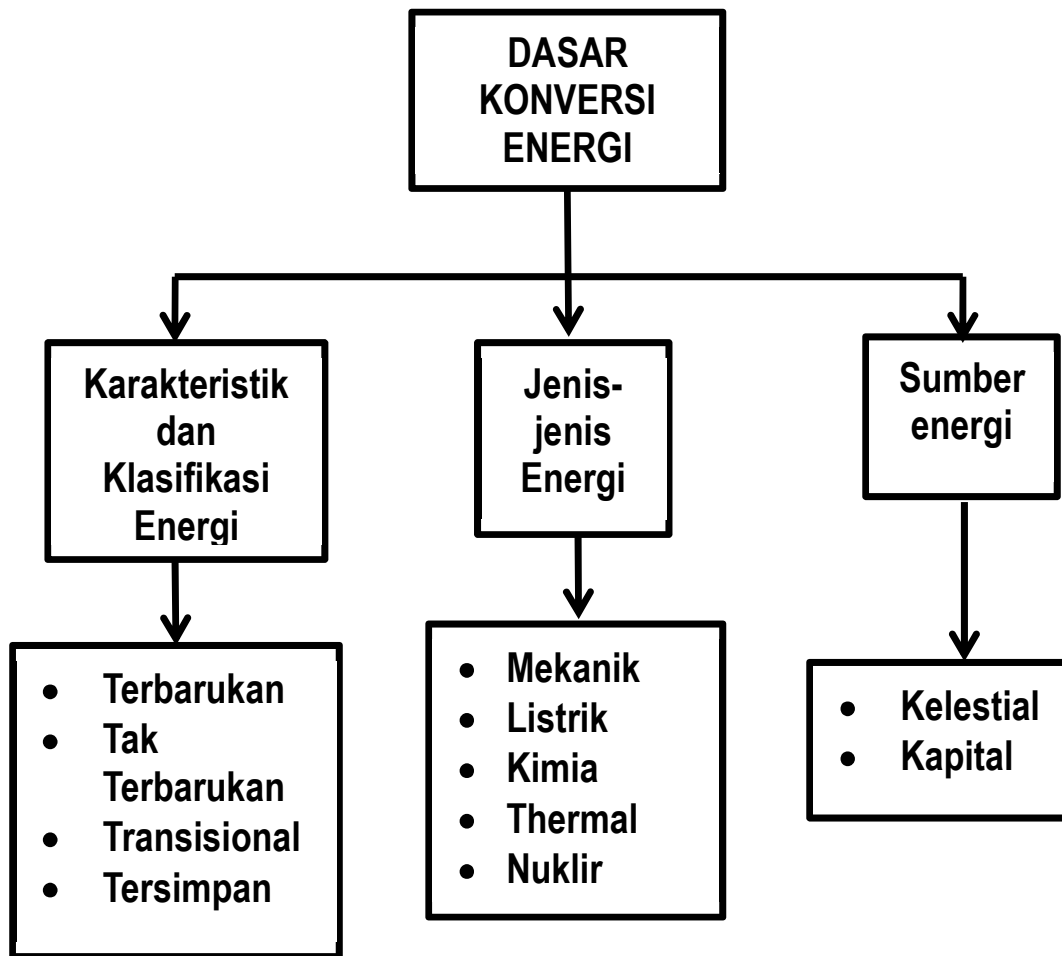
10.1. Karakteristik Energi

Peranan energi saat ini sangatlah besar bagi kehidupan, terlebih dengan perkembangan sains dan teknologi, energi bisa secara luas dan lebih mudah untuk dihadirkan melalui proses konversi energi yang berdasarkan teknologi terkini. Konversi energi merupakan proses perubahan energi dari satu bentuk menjadi bentuk lainnya. Melalui proses konversi energi kita dapat mengkonversi dari suatu energi menjadi energi lain. Secara umum sifat-sifat energi adalah sebagai berikut energi dapat diubah ke dalam bentuk lain, energi dapat dipindahkan dari satu tempat ke yang tempat lain, energi bersifat kekal (azas kekekalan energi).

Kita mengetahui azas kekekalan energi yang menyatakan bahwa energi tidak dapat diciptakan ataupun di musnahkan, ia hanya dapat berubah bentuk. Energi dapat kita klasifikasikan menjadi dua golongan yaitu energi terbarukan dan energi tak terbarukan. Energi terbarukan maksudnya adalah energi yang dapat diperbaharui dan jumlahnya bisa tidak terbatas, sedangkan energi tak terbarukan adalah energi yang tidak dapat diperbaharui dan jumlahnya terbatas. Adapun energi yang terbarukan contohnya yaitu energi yang bersumber dari matahari, angin, panas bumi, dan lain sebagainya. Dan energi yang tak terbarukan misalnya seperti energi yang bersumber dari minyak bumi, gas alam, batu bara, dan lain-lain.

Selain itu energi juga bisa kita bagi menjadi dua klasifikasi yaitu energi transisional dan energi tersimpan. Energi transisional adalah energi yang bergerak dan dapat berpindah melewati suatu batas sistem. Sedangkan energi tersimpan adalah energi termanifestasi sebagai massa, posisi, medan, dan gaya yang dapat dikonversi ke dalam bentuk energi transisional. Sebut saja contohnya adalah energi listrik. Bentuk transisional energinya berupa aliran muatan listrik (arus listrik), dan melalui suatu alat penyimpan energi listrik tertentu seperti kapasitor misalnya, energi listrik dapat termanifestasikan dan tersimpan sebagai energi medan listrik statis. Berikut ini adalah bagan tentang dasar konversi energi yang kita bahas dalam bab ini





Gambar 10.2. Bagan Pembahasan Dasar Konversi Energi

10.2. Ragam Energi

Energi dapat kita golongan menjadi bermacam-macam jenis. Dalam pembahasan ini kita akan membahas beberapa jenis energi yang cukup familier dalam kehidupan manusia. Energi-energi tersebut antara lain yaitu energi mekanik, energi listrik, energi kimia, energi nuklir dan energi termal. Untuk lebih jelasnya tentang energi-energi tersebut kita akan membahasnya berikut ini.

Energi Mekanik

Energi mekanik merupakan energi yang berkaitan dengan proses dinamika suatu objek dan pastinya baik kita sadari atau tidak, energi ini menjadi energi yang bisa dibilang selalu ada di sekitar kita. Sebut saja proses mengangkat, mendorong,

mengayun, menarik, melempar, dll itu semua kegiatan yang mengandung unsur energi mekanik. Energi mekanik adalah gabungan energi kinetik dan energi potensial, karena ia diasosiasikan dengan gerak dan posisi dari sebuah objek. Bentuk transisional dari energi mekanik disebut kerja atau usaha. Dan bentuk energi mekanik sangat mudah dan efisien untuk dikonversi menjadi bentuk energi lain. Satuan SI dari energi mekanik adalah Joule (J) dan yang sering digunakan juga adalah satuan kalori (1 kalori = 0,24 Joule), dan satuan Nm (Newton meter).

Energi Potensial adalah energi yang diperoleh suatu objek sebagai konsekuensi dari posisinya dalam suatu medan gaya. Atau dapat juga kita definisikan sebagai energi yang dimiliki suatu objek karena kedudukan posisinya. Energi potensial gravitasi nilainya bergantung pada massa dan ketinggian benda serta nilai gravitasi bumi di titik lokasinya yang bisa saja berbeda antara satu titik dengan titik lokasi lainnya. Sehingga dapat kita rumuskan bahwa energi potensial adalah

$$E_p = m g h \qquad 10-1$$

Energi kinetik adalah energi mekanik yang diasosiasikan dengan pergerakan suatu objek. Semakin cepat objek itu bergerak, maka semakin besar pula energi kinetik yang dihasilkannya. Sehingga dapat kita katakan bahwa ketika objek tersebut dalam keadaan diam, maka energi kinetiknya sama dengan nol. Energi kinetik adalah energi yang dimiliki benda karena geraknya. Semakin cepat benda itu bergerak maka kian besar pula energi kinetiknya. Energi kinetik secara matematis dapat dirumuskan sebagai

$$E_K = \frac{1}{2} m v^2 \qquad 10-2$$



Energi Listrik

Energi listrik adalah energi yang berkaitan dengan gaya dan pergerakan partikel bermuatan listrik, dan biasanya dilambangkan dengan W . Energi listrik merupakan energi utama yang dibutuhkan bagi peralatan listrik dalam kehidupan manusia, seperti untuk mengoperasikan alat-alat elektronik, penerangan, menjalankan operasional industri dan perkantoran, transportasi, dan lain-lain. Energi listrik dapat kita hitung dengan persamaan 10-3. Satuan SI dari energi listrik adalah Joule (J) dan yang sering digunakan juga adalah satuan kalori ($1 \text{ kalori} = 0,24 \text{ Joule}$), dan satuan lainnya yang umum dipakai untuk energi listrik adalah satuan kWh (kilowatt per jam).

$$W = V \cdot Q$$

$$W = V \cdot I \cdot t \text{ atau } W = I^2 R \cdot t \quad 10-3$$

di mana V adalah nilai tegangan listrik, I adalah arus listrik, dan t adalah waktunya..

Energi listrik dihasilkan oleh alat pembangkit atau penghasil listrik yang biasanya disebut dengan generator listrik. Selain itu ada juga penghasil listrik dari bahan-bahan kimia seperti baterai, aki, dan elemen volta di mana prinsip kerjanya adalah dengan mengkonversi energi kimia yang berasal dari terjadinya suatu reaksi kimia menjadi energi listrik. Seperti yang kita ketahui dan rasakan bahwa energi listrik ini energi yang biasa kita konversi menjadi bentuk energi lain seperti energi mekanik / gerak, panas, kimia dan lain sebagainya.

Energi Kimia

Energi kimia adalah energi yang dihasilkan sebagai hasil interaksi atau reaksi kimia.. Jenis energi ini hanya dapat dalam bentuk energi tersimpan. Jika energi dilepaskan dalam suatu sistem (kimia) ke luar (lingkungan), maka disebut reaksi



eksoterm. Dan sebaliknya jika energi diberikan atau diserap dari lingkungan ke dalam suatu sistem, maka dinamakan reaksi endoterm. Satuan SI dari energi kimia adalah Joule (J) dan satuan lainnya yang umum dipakai untuk energi kimia adalah satuan *British Thermal Unit (BTU)* kalori yang besar 1 kalori sama dengan 0,24 Joule. Dari kedua reaksi tersebut, reaksi yang banyak dimanfaatkan adalah reaksi eksoterm. Reaksi itu digunakan sebagai sumber energi kimia, yang mana reaksi itulah yang sering kita sebut sebagai reaksi pembakaran.

Energi Thermal

Energi termal atau yang bisa juga disebut energi panas adalah energi yang berkorelasi dengan panas suatu sistem atau objek yang dihasilkan oleh karena atom-atom yang saling bervibrasi. Energi termal tak lain adalah energi dasar, yang mana dengan dibatasi hukum termodinamika, semua bentuk energi lain dapat dikonversi ke dalam bentuk energi ini. Bentuk transisional dari energi termal adalah kalor dan umumnya dinyatakan dalam satuan kalori. Energi termal umumnya dapat disimpan dengan mudah di banyak media yang dapat menyimpan panas, baik sebagai panas sensibel maupun panas laten. Penyimpanan panas sensibel sendiri adalah penyimpanan panas yang biasanya disertai dengan kenaikan suhu, sementara penyimpanan panas laten biasanya bersifat isotermik dan mengalami perubahan fase.

Energi Nuklir

Energi nuklir adalah energi yang dilepaskan akibat reaksi partikel nuklir di dalam inti atom. Dan energi yang dilepaskan ini biasanya dinyatakan dalam juta-elektron per-reaksi. Reaksi nuklir umumnya dapat kita bagi menjadi dua jenis yaitu reaksi fisi dan reaksi fusi. Reaksi fisi, merupakan proses reaksi fisi (pemisahan) partikel nuklir pada reaktor nuklir, terjadi ketika sebuah inti bermassa berat menyerap sebuah neutron lalu inti senyawa yang dihasilkan tersebut pecah menjadi dua atau lebih inti dengan disertai terlepasnya sejumlah energi. Reaksi fusi, pada



prinsipnya adalah proses reaksi nuklir yang terjadi karena adanya fusi (penggabungan) dua inti menjadi satu inti yang lebih besar, hingga kemudian proses tersebut menghasilkan energi.

10.3. Sumber Energi

Kebutuhan kita terhadap energi semakin hari kian bertambah, sehingga salah satu cara kita untuk tetap dapat memenuhi kebutuhan energi adalah dengan menemukan sumber-sumber energi yang ada di muka bumi. Secara garis besar sumber energi dapat kita golongkan atas dua hal yaitu energi kelensial dan energi kapital.

Energi Kelestial adalah energi yang berasal dari luar bumi (alam semesta / angkasa) dan mencapai bumi. Semua sumber yang termasuk menyediakan energi untuk bumi dari luar angkasa luar di antaranya adalah energi elektromagnetik, gravitasi bintang-bintang, matahari, planet-planet dan bulan, begitu juga energi potensial dan kinetik dari meteor yang memasuki atmosfer bumi. Salah satu sumber energi ini yang berguna di antaranya adalah matahari, yang biasa kita sebut sebagai energi surya dan dapat kita pakai sebagai pembangkit energi bertenaga surya dengan alat sel surya. Selain itu ada energi potensial gravitasi dari bulan yang dapat menimbulkan aliran pasang dan berpotensi untuk membangkitkan energi. Sumber energi celestial ini dapat dibilang termasuk sumber energi yang bersifat terbarukan, karena sifat sumber energinya yang terisi ulang atau dibuat kembali dengan relatif singkat oleh alam dan prosesnya berkesinambungan.

Energi kapital yakni energi yang telah tersedia di bumi kita. Sumber energi kapital yang digunakan sekarang adalah energi atom yang merupakan energi yang dilepaskan sebagai hasil dari suatu reaksi tertentu yang melibatkan atom-atom termasuk energi nuklir dan kimia. Sumber-sumber energi yang termasuk menyediakan energi untuk bumi dan tersedia di Bumi antara lain yaitu energi kimia, termal, nuklir, dan lain-lain. Salah satu sumber energi ini yang berguna di antaranya adalah bahan-bahan kimiawi, yang biasa kita sebut sebagai energi dari reaksi kimia dan dapat kita pakai sebagai penghasil energi bertenaga sel kimiawi. Sumber



energi kapital ini biasanya termasuk sumber energi yang bersifat tak-terbarukan, karena sifat energinya yang tidak dapat terisi ulang atau dibuat kembali dalam waktu yang relatif cepat oleh alam.

Rangkuman

- Konversi energi merupakan proses perubahan energi dari satu bentuk menjadi bentuk lainnya.
- Secara umum sifat-sifat energi adalah sebagai berikut energi dapat diubah ke dalam bentuk lain, energi dapat dipindahkan dari satu tempat ke yang tempat lain, energi bersifat kekal (azas kekekalan energi).
- Energi dapat kita klasifikasikan menjadi dua golongan yaitu energi terbarukan dan energi tak terbarukan. Energi terbarukan maksudnya adalah energi yang dapat diperbaharui dan jumlahnya bisa tidak terbatas, sedangkan energi tak terbarukan adalah energi yang tidak dapat diperbaharui dan jumlahnya terbatas.
- Energi juga bisa kita bagi menjadi dua klasifikasi yaitu energi transisional dan energi tersimpan. Energi transisional adalah energi yang bergerak dan dapat berpindah melewati suatu batas sistem. Sedangkan energi tersimpan adalah energi termanifestasi sebagai massa, posisi, medan, dan gaya yang dapat dikonversi ke dalam bentuk energi transisional.
- Energi dapat kita golongkan menjadi bermacam-macam jenis antara lain yaitu energi mekanik, energi listrik, energi kimia, energi nuklir dan energi termal.
- Secara garis besar sumber energi dapat kita golongkan atas dua hal yaitu energi kelensial dan energi kapital. Energi Kelestial adalah energi yang berasal dari luar bumi (alam semesta / angkasa) dan mencapai bumi. Energi kapital yakni energi yang telah tersedia di bumi kita.



BAB 11

PUSAT MASSA

DAN MOMENTUM LINEAR

Waktu kita bermain kriket, kita memukul bola kriket dengan tongkat pemukul kriket. Jika kita melemparkan tongkat kriket, maka setiap bagian dari tongkat baseball tersebut bergerak dengan gerakan yang berbeda dan mengikuti jalur yang berbeda pula. Tongkat Kriket merupakan sebuah sistem yang terdiri atas banyak partikel yang masing-masing mengikuti jalurnya sendiri di udara. Namun, tongkat tersebut memiliki satu titik khusus-pusat massa-yang bergerak dalam jalur parabola sederhana, dan bagian lain dari tongkat kriket tersebut bergerak di sekitar pusat massa.

Pada kesempatan lainnya jika kita menjadi penumpang di dalam sebuah mobil yang bergerak cepat, kemudian sopirnya melakukan rem mendadak, maka badan kita akan merasa terlempar ke depan. Hal itu terjadi karena adanya sifat kelembaman inersia, yaitu sifat untuk mempertahankan keadaan semula. Momentum merupakan salah satu besaran yang dimiliki oleh setiap objek yang bergerak. Dalam mekanika ada dua macam momentum, yaitu momentum linear dan momentum sudut. Pada bab ini kita hanya akan membahas momentum linear. Selain itu juga akan dibahas tentang Impuls gaya, hukum kekekalan momentum linear, serta tumbukan.



- Energi potensial gravitasi U terjadi antar dua partikel bermassa yang terpisah oleh jarak r . Energi potensial gravitasi untuk sistem dua-partikel dapat dirumuskan sebagai

$$U = -\frac{GMm}{r}$$

- Terdapat tiga hukum gerak planet yang dikenal juga sebagai hukum Kepler. Ketiga hukum tersebut di antaranya adalah hukum orbit planet, hukum area planet, dan hukum periode planet
- Pada teori relativitas umum, gravitasi muncul sebagai bagian dari ruang dan waktu. Gravitasi tidak ada begitu saja, melainkan merupakan hasil dari lengkungan ruang dan waktu yang disebabkan adanya sebuah besaran massa.



DAFTAR PUSTAKA

- Timoshenko, S and Young. D. (2006). H. Engineering Mechanic. New York: McGraw Hill.
- John R Taylor. (2005). Classical Mechanics. California: University Science Books.
- Hibbeler R.C. (2010). Engineering Mechanics. New Jersey: Pearson Prentice Hall.
- Halliday, D., Resnick, R., Walker, J. (2004). Fundamentals of Physics 7th Edition. New Jersey: John Wiley & Sons Inc.
- Walker, Jearl. (2011). Principles of Physics 9th Edition. New Jersey: Wiley.
- Fox, R.W., Mc Donald A.T., Pritchard P.J. (2003). Introduction to Fluid Mechanics 6th Edition. New Jersey: John Wiley & Sons.
- Cengel, Y.A., Cimbala J.M. (2006). Fluid Mechanics: Fundamentals and Applications. New York: McGraw Hill.
- Megson, T.H.G. (2014). Structural and Stress Analysis 3rd Edition. Massachusetts: Butterwort & Heinemann
- Hibbeler, R.C. (2012). Structural Analysis 8th Edition. New Jersey: Prentice Hall Int., Inc.
- Meriam, J. L. Kraige, L. G. (2002). Engineering Mechanics Statics 5th Edition, New Jersey: John Wiley & Sons, Inc.
- Meriam, J. L. Kraige, L. G. (2012). Engineering Mechanics Dynamics. New Jersey: John Willey and Sons.
- Ferninand P. Beer, E, Russel Johnston, David F. Mazurek, Phillip J. Cornwell and Elliot R. Eisenberg. (2015). Vector Mechanics for Engineers. New York: McGraw Hill.
- Krodkiewski J.M. (2008). Mechanical Vibrations. Melbourne: University of Melbourne Press

- Erwin Kreyszig. (2011). *Advanced Engineering Mathematics* 10th Edition. New Jersey: Wiley
- R Nopriantoko. 2022. *Mechanical Properties Analysis on FSW Butt Joint of Aluminum Alloy that Applied in Marine Industries*. *Journal of Polimesin*.
- Serway and Jewett. (2013). *Physics for Scientists and Engineers* 9th Edition. Massachusetts: Cengage Learning
- Francis W. Sears & Mark W. Zemansky, (2012). *University Physics* 13th Edition. Boston: Addison-Wesley.
- Grant R. Fowles; George L. Cassiday. (2005). *Analytical Mechanics* 7th Edition. California: Thomson Brooks/Cole.
- Thornton, Stephen T.; Marion, Jerry B. (2003). *Classical Dynamics of Particles and Systems* 5th Edition. California: Brooks Cole
- S. Graham Kelly. (2011). *Mechanical Vibrations: Theory and Applications*. Massachusetts: Cengage Learning.
- Michel Lalanne, Patrick Berthier, Johan Der Hagopian. (2008), *Mechanical Vibrations for Engineers*. New Jersey: John Wiley and Sons.
- P. H. Mott and C. M. Roland. (2009). *Physical Review B* 80.



RIWAYAT PENULIS



Rahadian Nopriantoko kini aktif bekhidmat menjadi dosen pada salah satu PTS di Jakarta yang sebelumnya pernah juga bekhidmat pada sebuah PTN. Ia telah menamatkan jenjang Pendidikan Sarjana dan Pascasarjana dari Univesitas Indonesia. Selain pengabdianya sebagai Akademisi Pendidikan

Tinggi, sosok yang dinamis ini juga berkiprah di berbagai aktivitas lainnya. Di antaranya adalah menjadi seorang profesional, konsultan, instruktur, dan praktisi di bidang STEM. Bukan hanya untuk kalangan masyarakat, pemerintah dan industri, tetapi beliau juga mendidikasikan waktu dan energinya bagi dunia Pendidikan Dasar-Menengah. Yaitu dengan menjadi pembina ataupun pembicara pada berbagai *event* seperti Olimpiade Sains Nasional, Kompetisi Sains Nasional, Kompetisi Sains Madrasah, DikLat kepemimpinan, seminar, *try out*, sharing, diskusi ilmiah, dsb. Di luar dari segala aktivitasnya tersebut penulis juga memiliki ketertarikan dan keahlian di bidang IT dan *Enterprise*, oleh karena itu ia pun aktif berkontribusi sebagai narasumber untuk berbagi ilmu dan pengalaman seputar teknologi informasi dan usaha bisnis baik itu berupa pelatihan, seminar, maupun acara atau kegiatan sharing, diskusi dan mentoring kepada berbagai kalangan seperti birokrasi, lembaga, organisasi, komunitas, dll. Bagi yang ingin menjalin silaturahmi ataupun berkomunikasi dengan beliau silahkan dapat menghubunginya melalui media sosial Instagram @rahadian1990 atau Email: RNBisnis@gmail.com.

